

# LA RETE GPS DI RAFFITTIMENTO DELLA PROVINCIA DI PAVIA

Casella V.<sup>(1)</sup>, Franzini M.<sup>(2)</sup>, Baratti G. L.<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup>DIET, Università di Pavia, email: casella@unipv.it

<sup>(2)</sup>DIET, Università di Pavia, email: marica.franzini@unipv.it

<sup>(3)</sup>Provincia di Pavia, email: gl.baratti@provincia.pv.it

## Riassunto

La Provincia di Pavia ha recentemente appaltato il lavoro di materializzazione e rilevamento di una rete GPS che copre il territorio della Provincia; essa è più fitta della rete fondamentale IGM95, nella quale è inquadrata, e ne costituisce quindi un raffittimento.

La nota illustra e motiva anzitutto le scelte progettuali fatte. Vengono presentate la materializzazione dei vertici e le caratteristiche geometriche della rete; sono anche descritti l'aggancio alle reti GPS esistenti e la determinazione delle quote ortometriche di una parte dei vertici, che avverrà mediante livellazione geometrica. Successivamente vengono illustrati i principali risultati delle simulazioni svolte durante la fase di progetto.

## Abstract

The local authority called Provincia di Pavia has recently awarded a contract for the monumentation and the surveying of a GPS network covering the whole territory of the authority. The network will be a densification of the Italian fundamental one, IGM95, and will be fitted into it.

This paper illustrates the project of the network, dealing with monumentation of vertices and with geometry of the mesh. The link with the existing GPS networks is also described, together with the link to height networks, which will be performed with spirit levelling.

Later, some results will be illustrated from network simulation.

## 1 Introduzione

Il GPS è una tecnologia di rilevamento oramai matura e la sua diffusione presso i professionisti e gli utenti finali cresce continuamente. L'Italia dispone da tempo di un'importante infrastruttura a supporto del rilevamento GPS, che è la rete IGM95. Essa offre agli utenti un insieme di vertici affidabili e una metodologia standard per la trasformazione di datum: tale rete ha contribuito in modo significativo alla diffusione del GPS in Italia.

Tuttavia la densità della rete IGM95 non è abbastanza elevata da consentire di lavorare con GPS in modo speditivo: essendo la distanza media fra i vertici anche superiore a 20 km, non è sempre possibile, per esempio, fare misure rapido-statiche usando come master i vertici della rete stessa. Dovendo fare rilevamento di dettaglio un operatore è costretto dunque ad accettare tempi di stazionamento piuttosto lunghi oppure a costruirsi una propria, piccola rete di inquadramento, inquadrata a sua volta nella IGM95.

Per sollevare gli utenti da tali incombenze è necessario disporre di reti più dense, inquadrata nella IGM95. Di tale argomento si è occupata una Commissione dell'Intesa Stato-Regioni, che ha indicato in 7 km la distanza media ottimale fra i vertici. La Provincia di Pavia ha deciso di realizzare sul proprio territorio una tale rete GPS: la sua costruzione è già stata appaltata e i lavori dovrebbero concludersi entro l'anno 2002. Essa è conforme agli standard dell'Intesa e tuttavia li supera per certi

aspetti, come la densità dei vertici, la materializzazione e la determinazione della quota ortometrica di una parte rilevante di essi mediante livellazione geometrica.

La motivazione iniziale per la creazione della rete GPS era legata alla necessità di ricondurre ad un unico riferimento altimetrico le molteplici misure di altezza dell'acqua che vengono effettuate dalla Provincia su pozzi e corsi d'acqua. Dato che i punti interessati da tali misure sono numerosi, alcune centinaia, e sparsi su tutto il territorio, sarebbe improponibile la loro connessione mediante livellazione geometrica. I ricercatori del Laboratorio di Geomatica del DIET hanno pertanto suggerito di creare una rete GPS caratterizzata da un elevato numero di vertici quotati, avente dunque una forte componente altimetrica. L'uso combinato del GPS e di un modello di geoide consentirà di quotare con sufficiente precisione un grande numero di punti significativi, in poco tempo.

Durante la messa a punto del progetto tuttavia la Provincia si è orientata a vedere e definire la rete GPS come una vera e propria infrastruttura offerta a supporto di molteplici attività istituzionali dell'Amministrazione, ma anche di varie attività economiche e tecniche presenti sul territorio: georeferenziazione precisa, rapida e univoca di attività (cave, discariche, cantieri) e di infrastrutture (strade, pozzi, corsi d'acqua), rilevamento catastale, rilevamento topografico.

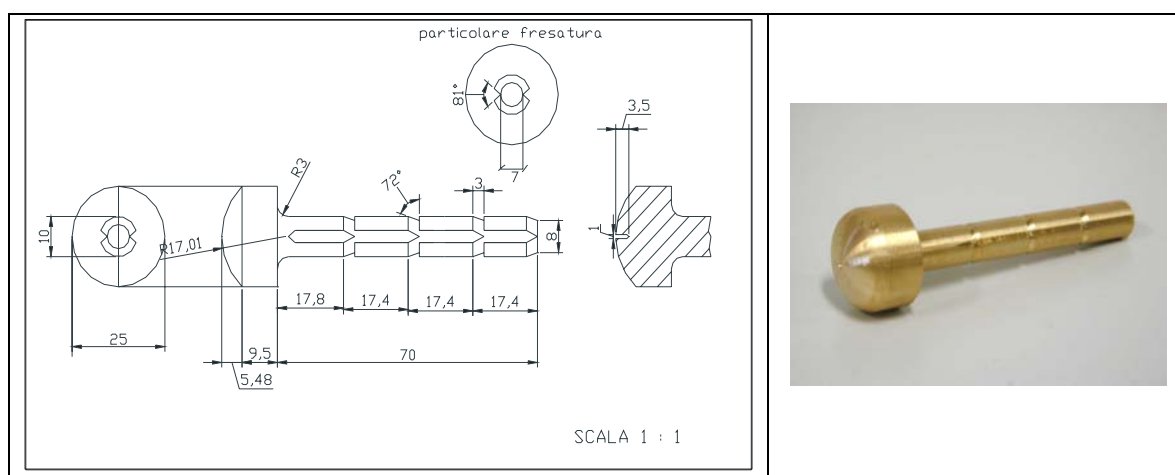


Figura 1 - Le borchie da utilizzare per la materializzazione

La rete è stata dimensionata in modo da offrire un supporto pieno per i rilevamenti statici e rapido-statici. Come verrà evidenziato, ogni punto del territorio provinciale ha almeno tre vertici a meno di 10 km di distanza e questo consentirà di operare con elevata qualità e rapidamente. Tuttavia la rete della Provincia di Pavia sarà di grande aiuto anche per i rilevamenti in tempo reale, nella modalità RTK: il passo medio di 6 km garantisce che il 99% del territorio sia a meno di 4 km da un vertice, dunque la quasi totalità della Provincia può essere rilevata in RTK collocando il master su uno dei vertici di rete.

La presente nota illustra anzitutto la materializzazione prevista per i vertici e la geometria della rete, al Par. 2. Seguono, al Par. 3, la descrizione della modalità con cui essa verrà agganciata alle due reti GPS esistenti in loco, cioè la IGM95 e la rete della Provincia di Milano, e alla rete altimetrica IGM. La nota è conclusa, al Par. 4, da una sintesi dei risultati ottenuti durante la simulazione della rete.

## 2 Principali caratteristiche delle rete

Le esperienze di alcuni degli autori sulla scarsa durevolezza delle materializzazioni tradizionali e più diffuse, basate sull'infissione di borchie (Figura 1) in manufatti esistenti, ha indotto i progettisti a cercare alternative basate su pozzetti (Figura 2) da costruire ex-novo. Anche questa alternativa presenta tuttavia alcuni problemi in relazione ai costi elevati e alla difficoltà di trovare luoghi adatti alla ricezione GPS in cui non sia troppo difficile, dal punto di vista burocratico, fare uno scavo. Il

Capitolato consente di materializzare i vertici nei due modi, anche se con una preferenza per i pozzetti: nel corso del lavoro, la Ditta incaricata e la Direzione Lavori stabiliranno quali vertici materializzare con borchie infisse su manufatti esistenti e quali con pozzetti.

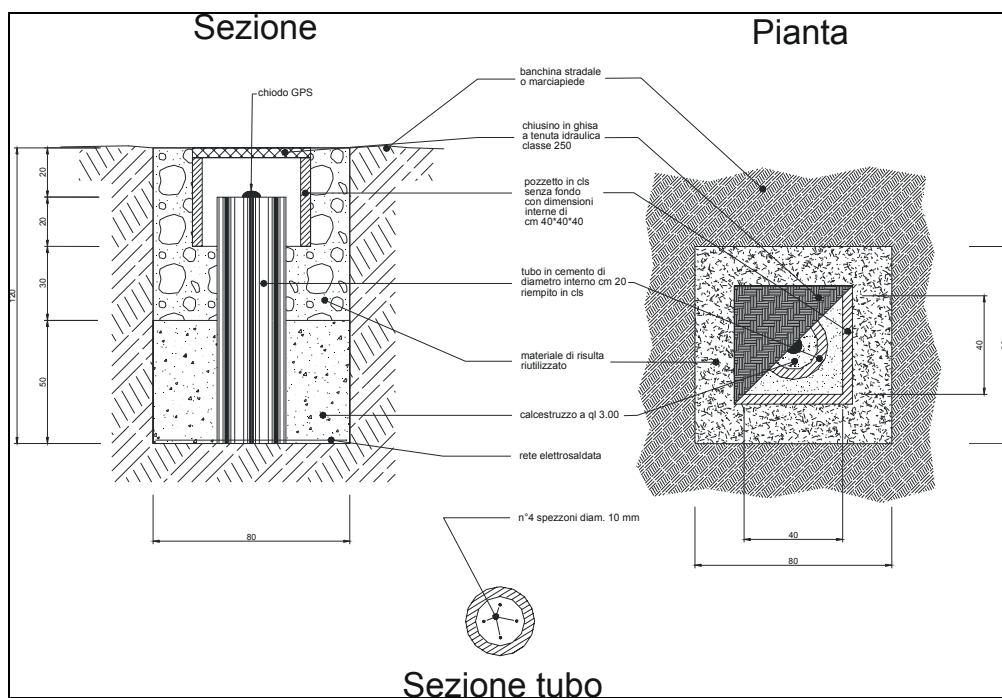


Figura 2 – Progetto dei pozzetti

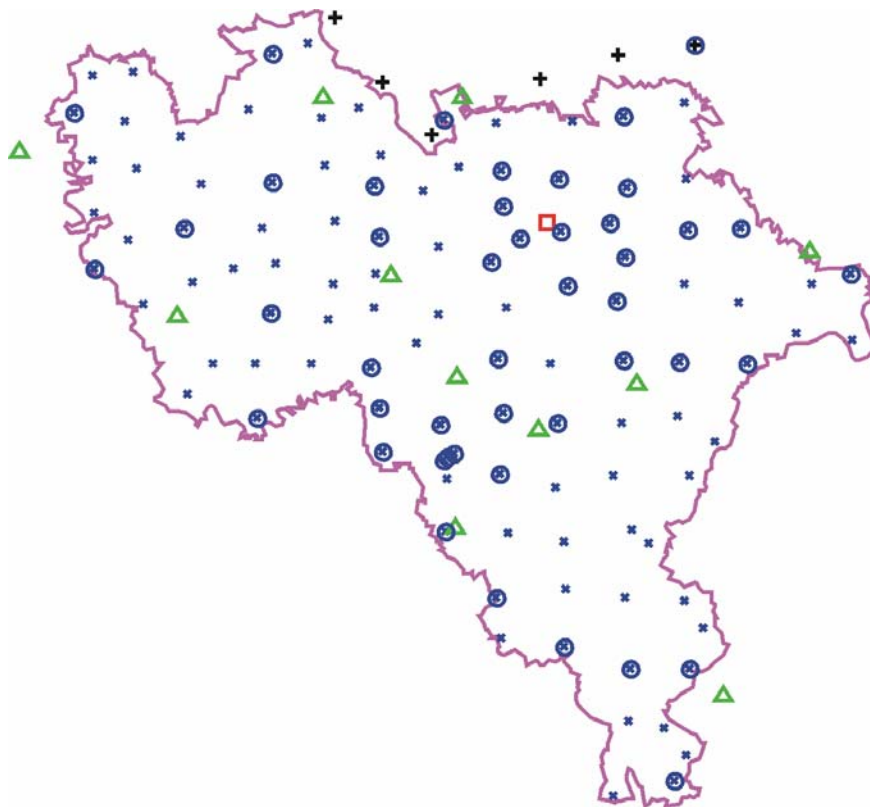
La rete è composta da 128 vertici di cui 110 sono da realizzare, 11 appartengono alla IGM95, 6 fanno parte delle reti GPS della Provincia di Milano, alla quale la nuova rete è agganciata per garantire l'omogeneità fra le due infrastrutture. Un ultimo vertice è infine rappresentato dalla stazione GPS permanente dell'Università di Pavia, gestita dal Laboratorio di Geomatica del DIET. E' prevista la misura di 314 basi GPS, dunque la ridondanza relativa è piuttosto elevata. Si potrebbe obiettare che essa è persino eccessiva e ciò avrebbe un fondamento se vi fosse la certezza che il calcolo di tutte le basi darà buoni risultati. Poiché l'esperienza insegna che una certa percentuale della basi presenta problemi durante il calcolo e deve essere scartata (sarebbe forse meglio dire: *dovrebbe*), riteniamo che l'elevata ridondanza sia l'unica garanzia di compensare una rete senza zone deboli.

La geometria della rete è basata su maglie quadrate, in modo che su ogni vertice convergano di norma quattro basi. La disposizione dei vertici di nuova istituzione è stata stabilita prescindendo dalla posizione di quelli delle reti esistenti, in quanto si vuole avere una copertura uniforme del territorio con i soli nuovi vertici, così da garantire omogeneità nella materializzazione e nella qualità delle coordinate. I vertici esistenti, anche se non fanno parte della maglia di nuova istituzione, sono ad essa connessi in modo molto forte.

E' previsto il ri-stazionamento su ogni vertice, da effettuarsi in giorni diversi con strumenti diversi. Le basi possono essere sommariamente suddivise in tre gruppi: (i) basi costituenti i lati dei quadrilateri che costituiscono la maglia, aventi una lunghezza media di 6 km; (ii) basi corte che connettono, con una geometria a stella, i vertici di reti esistenti ai vertici di nuova istituzione che sono loro prossimi; (iii) basi lunghe che connettono, con una geometria a triangoli, i vertici IGM95, in modo da formare una rete di inquadramento.

Essendo la maglia fondamentale composta da molti piccoli quadrilateri, se la connessione fra gli IGM95, che dovranno fornire l'inquadramento, avvenisse solo attraverso tali quadrilateri, i risultati finali rischierebbero di contenere la somma di tanti piccoli errori di messa in stazione, di verticalità, di rettifica delle bolle e dei piombini ottici. La rete di inquadramento ha proprio lo scopo di legare

meglio e direttamente i vertici IGM, limitando in questo modo la somma e la propagazione eccessiva degli errori. In fase di calcolo saranno possibili due opzioni. La prima prevede di compensare preliminarmente la rete di inquadramento e, successivamente, nella compensazione delle basi corte, di trattare come fissi i suoi vertici. Una seconda possibilità, probabilmente migliore, è costituita dalla compensazione congiunta della basi corte e lunghe, assegnando a queste ultime un peso maggiore.



*Figura 3 - Posizione dei vertici della rete. Croci: nuovi vertici. Triangoli: vertici IGM95. Segni +: vertici della rete della Provincia di Milano. Cerchio aggiuntivo: vertice quotato. Quadrato: stazione GPS permanente di Pavia.*

La lunghezza di riferimento per i lati delle maglie è stata fissata a 6 km, una distanza minore di quella indicata dall'Intesa Stato-Regioni, per un duplice motivo: per avere la garanzia che la posizione effettiva dei vertici, che fatalmente non coinciderà, almeno in alcuni casi, con quella di progetto, non stravolgerà i parametri geometrici e di qualità fissati dal progetto; per garantire, per qualunque punto del territorio, che il primo, il secondo e il terzo vertice più vicini siano a una distanza compatibile con la metodologia di rilevamento rapido-statica.

	Distanza dal primo vertice	Distanza dal secondo vertice	Distanza dal terzo vertice	Distanza dal quarto vertice
Media	2.11 km	3.78 km	4.88 km	5.80 km
Max	5.62 km	8.35 km	8.95 km	10.49 km

*Tabella 1 – Distanze medie e massime dai vertici più prossimi della rete*

Dovendo rilevare alcuni punti incogniti, un operatore può mettere in stazione un ricevitore GPS su un vertice della rete, di coordinate note, e visitare con un secondo strumento i punti incogniti; se la distanza fra i due ricevitori è minore di 10 km, è possibile operare in modalità rapido-statica, che garantisce brevi tempi di stazionamento. Tale metodologia ha il difetto di essere isodeterminata, in

quanto il numero delle misure acquisite coincide con il numero delle incognite; essa è in generale da sconsigliare. Volendo effettuare un rilevamento di maggiore qualità, è possibile mettere in stazione due ricevitori su due distinti vertici di rete e rilevare con un terzo i punti incogniti: da questo deriva l'obiettivo progettuale che ogni punto del territorio abbia almeno due vertici a meno di 10 km. Per quanto riguarda la rete della Provincia di Pavia essa soddisfa tali richieste in modo addirittura sovrabbondante, come la Tabella 1 indica.

Il fatto che il terzo vertice più lontano sia compatibile con la modalità rapido-statica, e che il quarto lo sia sostanzialmente, indica che gli operatori avranno uno o due vertici di scorta, nel caso scoprissero che uno su cui avevamo fatto affidamento durante la pianificazione del lavoro è scomparso.

L'elevata densità dei vertici della rete la rende adatta anche per il rilievo RTK basato su radio-modem. In questa modalità la connessione fra il master, posto in stazione su un vertice di rete, e il rover, che si muove su punti incogniti, è garantita, come detto, da radio-modem la cui potenza di uscita è in genere di 1-2 W. Non è semplice dire quale sia la portata di tali dispositivi, in quanto essa dipende da molteplici fattori, tuttavia le Ditte venditrici affermano che, in condizioni non troppo sfavorevoli, la connessione è garantita a 3-4 km. La Tabella 2 quantifica, in termini percentuali riferiti alla superficie, quanto territorio si trovi a meno di 1, 2, 3, 4 km dal vertice più vicino ed evidenzia come praticamente tutto il territorio sia a una distanza non maggiore di 4 km: si può concludere dunque che la rete GPS offrirà un supporto pressoché completo al RTK.

Distanza dal vertice più vicino	Frazione di territorio che soddisfa la condizione
$d < 1$ km	12 %
$d < 2$ km	45 %
$d < 3$ km	83 %
$d < 4$ km	99 %

*Tabella 2 – Classificazione del territorio in funzione della distanza dal vertice di rete più vicino*

### 3 La connessione alle reti esistenti

La nuova rete sarà connessa a due reti GPS esistenti: la IGM95 e quella della Provincia di Milano, il cui lato Sud confina in parte col lato Nord della Provincia di Pavia. Per quanto riguarda la IGM95, sono stati inseriti tutti i vertici esistenti al momento della definizione del progetto; considerata l'alta mortalità che purtroppo i vertici di tale rete hanno, è verosimile che sarà necessario apportare modifiche durante le misure, a causa della scomparsa di vertici IGM. Per quanto riguarda la rete di Milano, l'aggancio è stato deciso per omogeneizzare la due reti e renderle, in un certo senso, parti di un'unica infrastruttura.

Fra i vertici di nuova istituzione 45, più di un terzo del totale, saranno connessi mediante livellazione geometrica a capisaldi di livellazione IGM. Una parte di questi sarà connessa a linee recenti o comunque recentemente rimisurate, mentre altri vertici, specialmente quelli della zona collinare, saranno connessi a capisaldi di linee più vecchie, di cui non sono purtroppo certe né l'esistenza né l'affidabilità: la Ditta incaricata e la Direzione Lavori dovranno cooperare e modificare se necessario il progetto originario, per ottenere il miglior risultato possibile. Il progetto prevede inoltre la creazione di una livellazione fra Broni, dove passa una linea IGM, e Pavia, che purtroppo non dispone di misure recenti né di capisaldi affidabili.

Le conversioni di datum planimetrico e altimetrico sono due importanti aspetti dei rilevamenti GPS che si sono profondamente modificati nel periodo fra la definizione del progetto e l'inizio dei lavori. Fino a non molto tempo fa solo il primo problema era stato risolto sistematicamente in quanto l'IGM forniva, per ogni vertice IGM95, i parametri di una trasformazione di Helmert validi in un

certo intorno del vertice. La conversione di datum altimetrico invece non era ancora stata completamente standardizzata, benché fosse ben nota l'esistenza di modelli di geoidi prodotti dal Politecnico di Milano, e il problema doveva essere affrontato di volta in volta; la soluzione molto spesso consisteva nella stima, basata su alcuni punti doppi, di un modello locale di geoidi.

Da poco tempo la situazione descritta si è modificata radicalmente. Anzitutto l'IGM ha deciso di fornire le informazioni necessarie per la trasformazione del datum planimetrico non più facendo riferimento alla trasformazione di Helmert, ma nella forma di variazioni continue di correzioni da apportare alle coordinate geografiche Roma40 per ottenere le WGS-84. Inoltre l'IGM ha acquisito un modello di geoidi e fornisce agli utenti i valori dell'ondulazione geoidica per punti qualsiasi del territorio.

Indubbiamente il progetto della rete che si sta descrivendo ha come riferimento la prima situazione e prevede la raccolta di tutte le informazioni necessarie ad elaborare in modo autonomo strategie per il cambio dei datum altimetrico e planimetrico. Tuttavia il calcolo della rete e la diffusione dei risultati avverrà nella nuova situazione. Chi effettuerà il calcolo della rete GPS e delle livellazioni userà certamente i dati misurati in occasione del rilevamento della nuova rete per valutare i modelli forniti dall'IGM e stabilirne i livelli di precisione. Sarà poi una decisione della Provincia, più politica che tecnica, a stabilire se adottare la metodologia IGM, opportunamente validata, o definirne una propria, in modo da sollevare gli utenti dai costi non bassi dell'acquisto dei dati IGM. L'esistenza di un modello di geoidi ufficiale, non limita in alcun modo l'importanza della decisione presa dalla Provincia di creare più di 40 nuovi punti ben quotati e ben materializzati sparsi su tutto il territorio.

#### 4 La simulazione della rete

La rete è stata simulata ipotizzando che le basi, in un sistema di riferimento euleriano tangente l'ellissoide nel loro punto medio, abbiano una matrice di varianza-covarianza diagonale; si è ipotizzato inoltre che le deviazioni standard seguano la legge

$$\begin{aligned} \sigma_e = \sigma_n &= a + bL & a &= 5 \text{ mm} & b &= 0.5 \text{ ppm} \\ \sigma_u &= c + dL & c &= 5 \text{ mm} & d &= 1 \text{ ppm} \end{aligned} \quad (1)$$

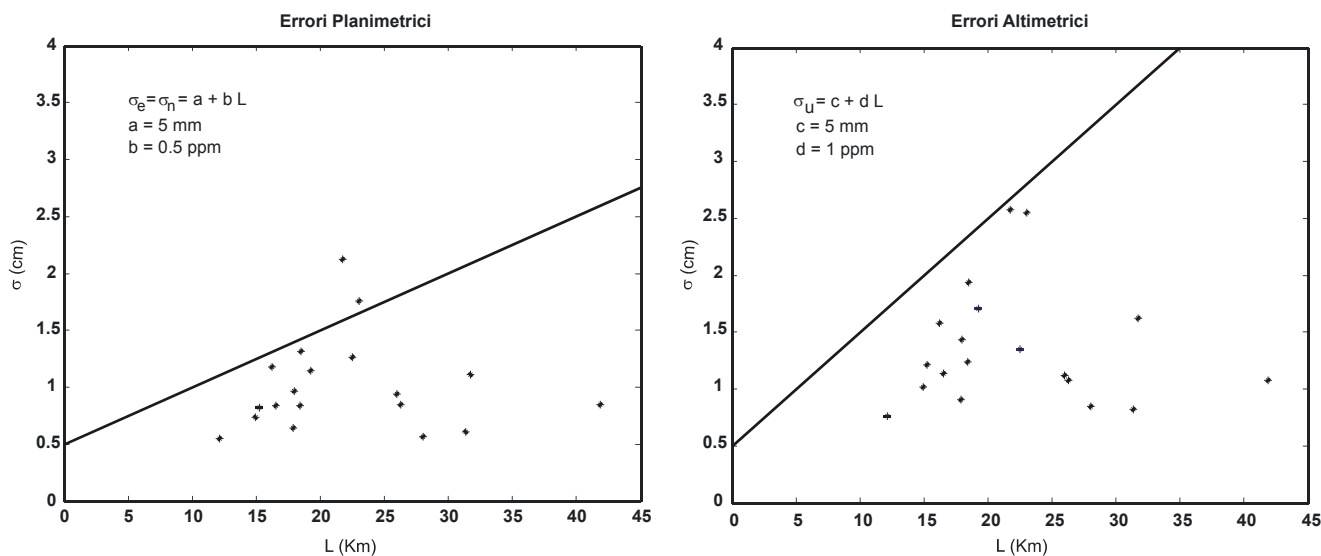


Figura 4 - Confronto fra il modello stocastico adottato nella simulazione e alcuni risultati reali

Prima di adottare tale modello ne sono stati valutati altri, descritti in letteratura o nella documentazione degli strumenti. Essi sono stati confrontati con alcuni risultati reali ricavati da una rete GPS

analoga, per qualità degli strumenti e durata delle sessioni in funzione della lunghezza delle basi, a quella che verrà realizzata sulla Provincia di Pavia. Per ogni base della rete test, è stata presa in considerazione la matrice di varianza-covarianza; essa è stata moltiplicata per il  $\hat{\sigma}_0^2$  stimato dalla compensazione; si è anche tenuto conto dei fattori di scala con cui i software usualmente modificano le matrici stimate durante il calcolo della basi, che sono notoriamente sottostimate; la matrice così ottenuta è stata convertita in un sistema locale tangente e sono stati estratti i valori di  $\sigma_e$ ,  $\sigma_n$  e  $\sigma_u$ . Il confronto fra i valori empirici e i modelli teorici ha portato alla conclusione che il modello (1), pur non essendo estremamente prudente come altri documentati in letteratura (Gubellini et al., 1996), presenta sufficienti margini di sicurezza rispetto alle misure reali. La Figura 4 rappresenta in modo puntiforme i valori empirici della deviazione standard, raggruppando i termini planimetrici, e li confronta con il modello stocastico adottato.

La simulazione è stata calcolata in coordinate ellissocentriche. La matrice di varianza-covarianza della osservazioni,  $C_{yy}$  è stata ottenuta componendo i blocchi aventi la struttura (1), dopo averli convertiti in coordinate ellissocentriche; si tratta di una matrice diagonale a blocchi. Il fattore di scala  $\sigma_0$  è stato ovviamente posto a 1.

La presente nota si limita, per motivi di spazio, ad illustrare i risultati relativi alla precisione attesa delle coordinate compensate e alla ridondanza locale delle osservazioni. La precisione della coordinate, rispetto a un sistema di coordinate locali, è riassunta dalla Tabella 3

	a	b	c
Media	1.261	1.261	1.429
Min	0.555	0.555	0.706
Max	1.887	1.887	2.218

*Tabella 3 - Ellissi d'errore al 95%, in cm*

I termini *a* e *b* indicano i semiassi dell'ellisse bidimensionale dell'errore planimetrico. Il terzo valore, *c*, indica semplicemente la semilunghezza dell'intervallo di confidenza di una normale, con probabilità 95%. Per quanto riguarda la ridondanza locale, si è cercato di distribuirla omogeneamente su tutta la rete, ottenendo il risultato sintetizzato dalla Tabella 4.

	$R_x$	$R_y$	$R_z$	$R = R_x + R_y + R_z$
Media	0.596	0.596	0.596	1.788
Min	0.387	0.416	0.386	1.199
Max	0.807	0.795	0.807	2.409
Somma	186	186	186	558

*Tabella 4 – Sintesi relativa alla ridondanza locale delle osservazioni*

I valori sono raggruppati secondo le componenti X, Y e Z delle basi considerate. Per le reti GPS si usa talvolta calcolare un indice sintetico per ogni base, dato dalla somma delle ridondanze locali delle sue componenti. Tale indice varia fra 0 e 3 ed è riportato nella quinta colonna della tabella.

## 5 Conclusioni e ringraziamenti

Le simulazioni confermano che la rete progettata è caratterizzata da elevata ridondanza, ben distribuita. Le precisioni attese delle coordinate sono davvero molto buone. Tenendo conto di questi aspetti numerici e di altri legati alla materializzazione e allo stile di esecuzione dei lavori, è ragionevole aspettarsi che la rete creata sia di alta qualità.

Come anticipato, i lavori di rilevamento dovrebbero concludersi entro la fine del 2002. Nei primi mesi dell'anno 2003 dovrebbe essere conclusa l'elaborazione dei dati.

Si desidera ringraziare i tecnici del Laboratorio di Geomatica del DIET, geom. Paolo Marchese e geom. Giuseppe Girone per aver realizzato alcune elaborazioni grafiche durante la fase di progetto.

Sul contributo degli autori. Il contributo è stato paritario, da parte di tutti gli autori, per quanto riguarda i Par. 1 e 2. I successivi Paragrafi sono stati compilati dai soli autori Casella e Franzini e il loro contributo è stato paritetico.

## **6 Bibliografia**

Anderson J.M., Mikhail E.M. (1998) – *Surveying Theory and Practice (Seventh Edition)* – WBC/McGraw-Hill, USA.

Barbarella M., Crosilla F. (1983) – *Ottimizzazione dei pesi e dell'affidabilità delle osservazioni di una rete di inquadramento per cartografia a grande scala* – Bollettino della SIFET n. 1/83, pagg. 61-79.

Barzagli R., Betti B., Borghi A., Sona G., Tornatore V. (2002) - *The Italian quasi-geoid ITALGE-O99* - Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Vol.61, n.1, pagg. 33-51.

Barzagli R., Borghi A., Cerri L., Pinto L. (1998) – *Il progetto della rete GPS per il rilevamento plano-altimetrico dei pozzi nella provincia di Milano* – Atti della II Conferenza Nazionale ASITA – Bolzano, 27-27 Novembre 1998, pagg. 259-264.

Barzagli R., Guzzetti F., Pinto L. (1998) – *Problemi connessi all'utilizzo di reti GPS per l'inquadramento altimetrico della cartografia a grande scala* – Bollettino della SIFET, n. 1/98, pagg. 17-35.

Cina A. (2000) – *GPS - Principi, modalità e tecniche di posizionamento* – Celid, Torino.

Comincioli V. (1992) – *Metodi Numerici e Statistici per le Scienze Applicate* – Casa Editrice Ambrosiana, Milano.

Gubellini A., Radicioni F., Stoppini A. (1996) – *Analysis and design aspects of the "Dome C" (Antarctica) GPS strain control network* – Reports on Surveying and Geodesy, DISTART Università di Bologna, Ed. Nautilus, pagg. 15-32.

Leick A. (1995) – *GPS Satellite Surveying (Second Edition)* – Wiley-Interscience, N.Y. USA.

Sansò F. (1991) – *Il trattamento statistico dei dati* – Città Studi, Milano.

Strang G., Borre K. (1997) – *Linear Algebra, Geodesy, and GPS* – Wellesley-Cambridge Press, Wellesley MA Usa.

Surace L. (1997) – *La nuova rete geodetica nazionale IGM-95: risultati e prospettive di utilizzazione* – Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, n. 3/97, pagg. 357-378.