Marica Franzini

Laboratorio di Geomatica - DICAr

Università di Pavia

email: marica.franzini@unipv.it

Primi elementi di topografia

Sommario

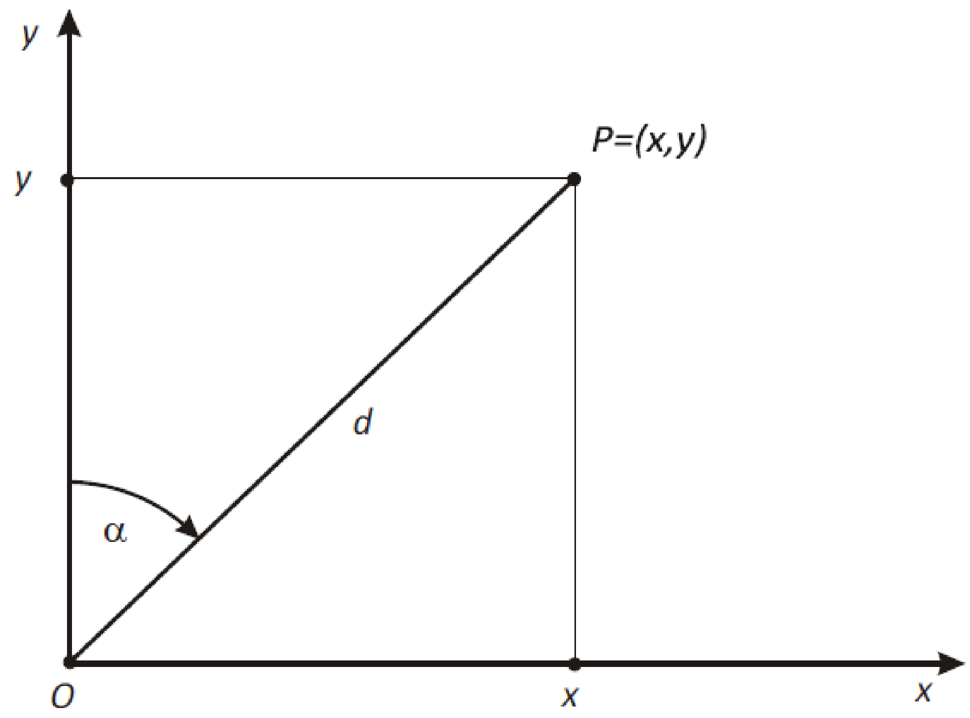
1 - Coordinate polari in Topografia

Convenzioni del topografo

Prima di cominciare ad introdurre i primi elementi di Topografia è bene tenere presenti due convenzioni adottate dei topografi:

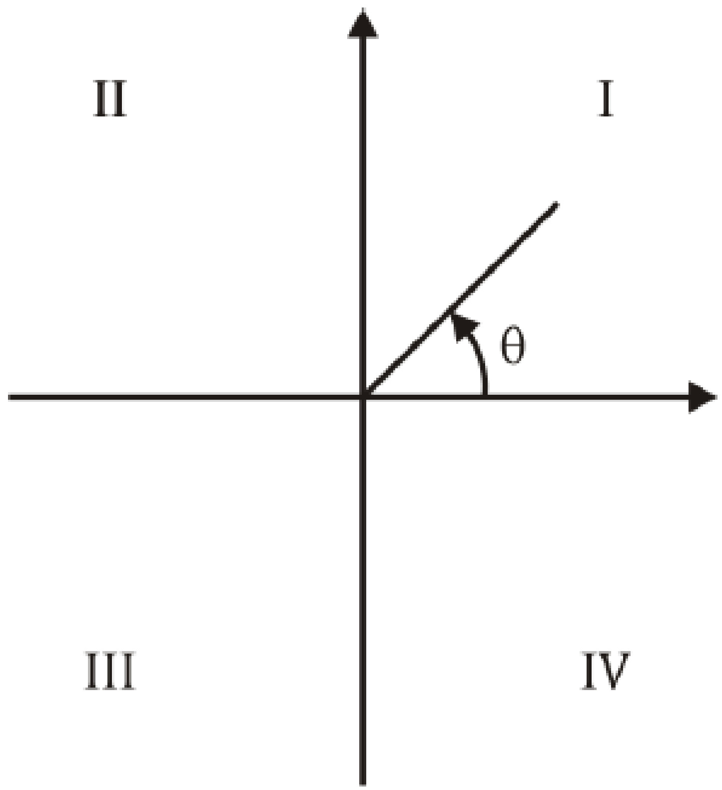
- gli angoli vengono espressi in gradi centesimali - GRAD - dove:
  - angolo piatto: $\alpha^g = 200^g$
  - angolo retto: $\alpha^g = 100^g$

- le coordinate polari hanno una definizione diversa: l'anomalia α è misurata in senso orario rispetto all'asse y.
  Conseguentemente:
  $x = d \operatorname{sen} \alpha$
  $y = d \cos \alpha$

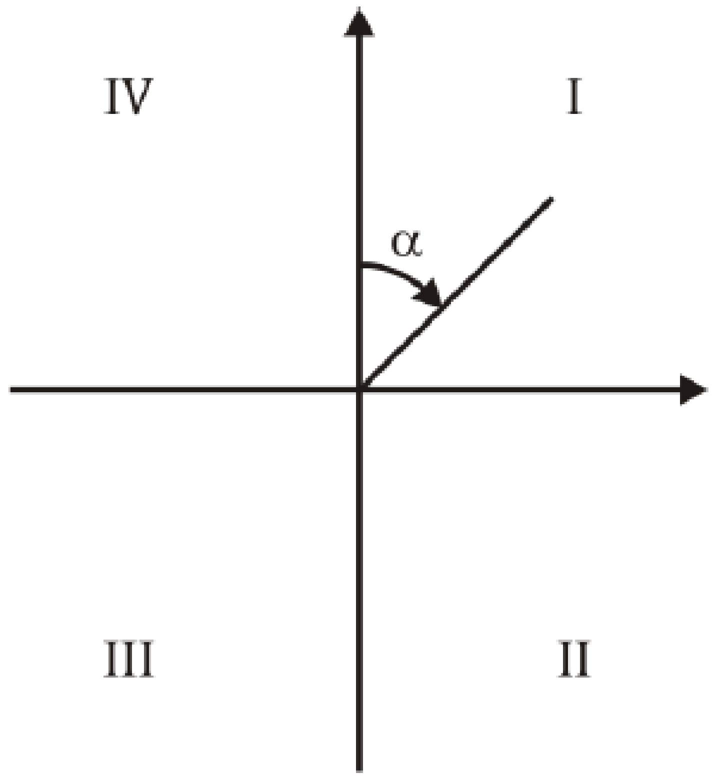


Le coordinate polari in Analisi e Topografia

La diversa definizione delle coordinate polari fa si che anche i nomi dei quadranti cambino: a sinistra i nomi in Analisi e a destra in Topografia



ANALISI



TOPOGRAFIA

Inversione della funzione - 1

Come ricavare le coordinate polari a partire da quelle cartesiane nel caso della convenzione adottata in Topografia?

Per quanto riguarda il raggio non si hanno problemi:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Il problema è al solito come calcolare α da (x, y), visto che è scorretto scrivere semplicisticamente (cfr. TOPO2 - elementi di trigonometria):

$$\alpha = \arctan \frac{x}{y}$$

Inversione della funzione - 1

I risultati trovati per le coordinate polari degli analisti valgono anche per i corrispondenti quadranti delle coordinate polari dei topografi.

Indicato con

$$\alpha' = \arctan\frac{x}{y}$$

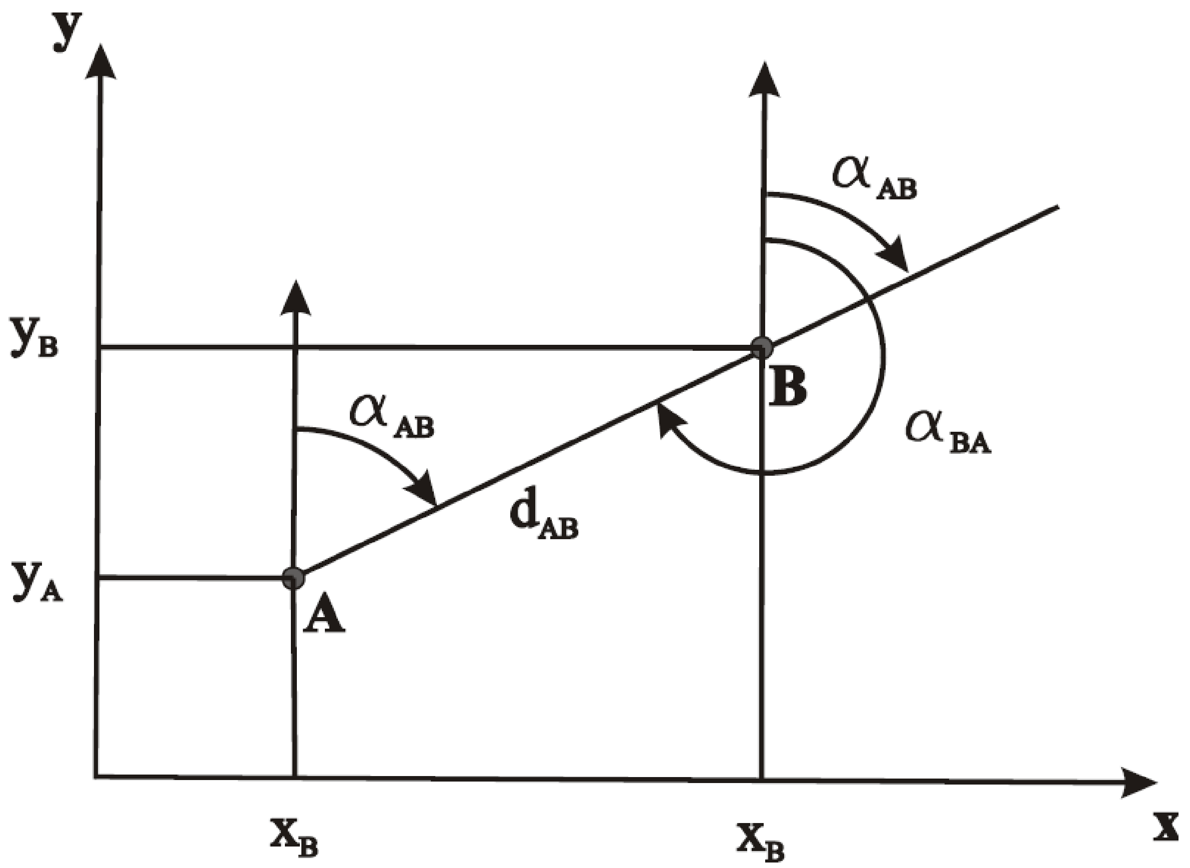
Si ha:

$$\alpha = \alpha(x,y) = \begin{cases} \alpha' & x > 0 \quad y \geq 0 \\ 100 & x > 0 \quad y = 0 \\ \alpha' + 200 & y < 0 \\ 300 & x < 0 \quad y = 0 \\ \alpha' + 400 & x < 0 \quad y > 0 \end{cases}$$

2 - Angolo di direzione

Coordinate polari relative - 1

Se si prendono in considerazione due punti $A = (x_A, y_A)$e $B = (x_B, y_B)$, si possono definire le ***coordinate polari relative*** di uno rispetto all'altro.



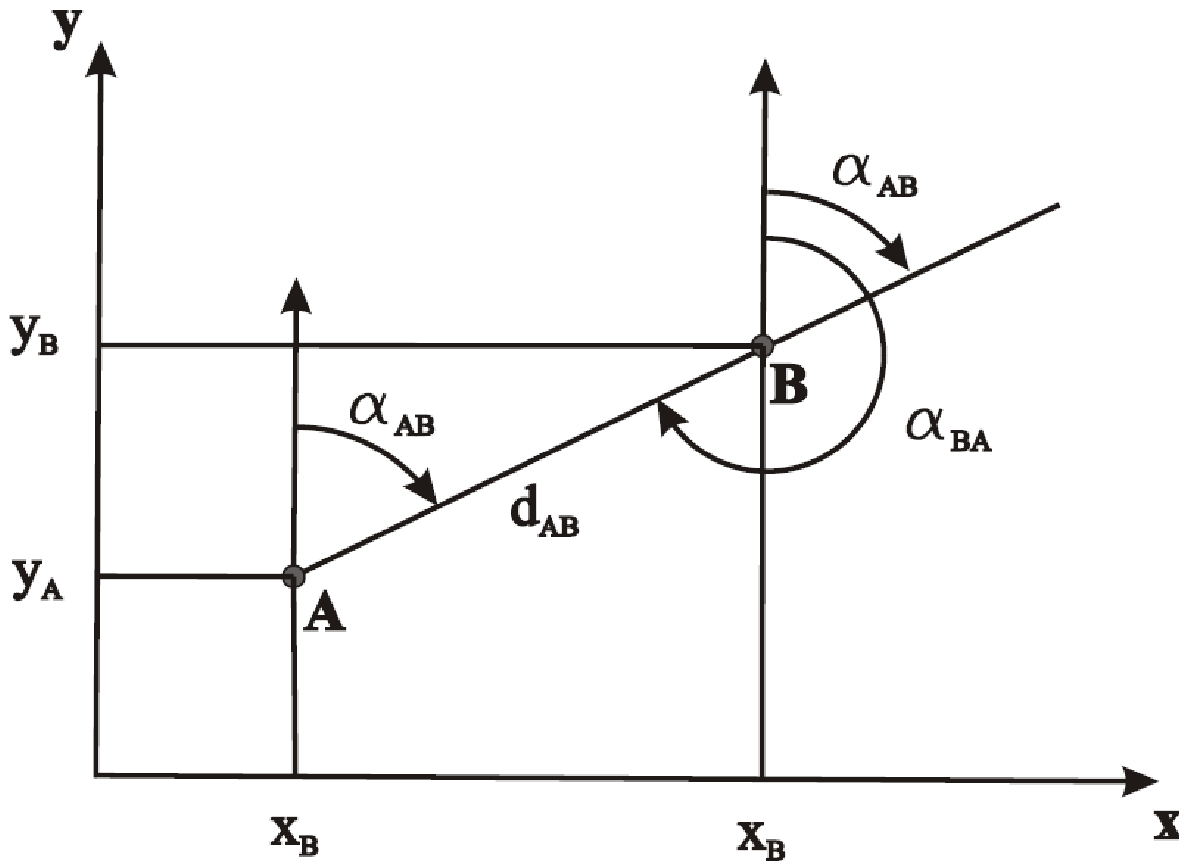
Le coordinate polari relative di B rispetto ad A sono costituite dalla coppia (α_{AB}, d_{AB}) .

In particolare, l'angolo α_{AB} è detto ***angolo di direzione*** di B rispetto ad A.

Coordinate polari relative - 2

Nascono due questioni:

1. note le coordinate cartesiane (assolute) di entrambi i punti occorre trovare le coordinate polari relative di B rispetto ad A
2. note le coordinate cartesiane di A e le coordinate polari relative di B occorre trovare le cartesiane di quest'ultimo (analogo discorso che sono note le cartesiane di B ed occorre ricavare quelle di A)

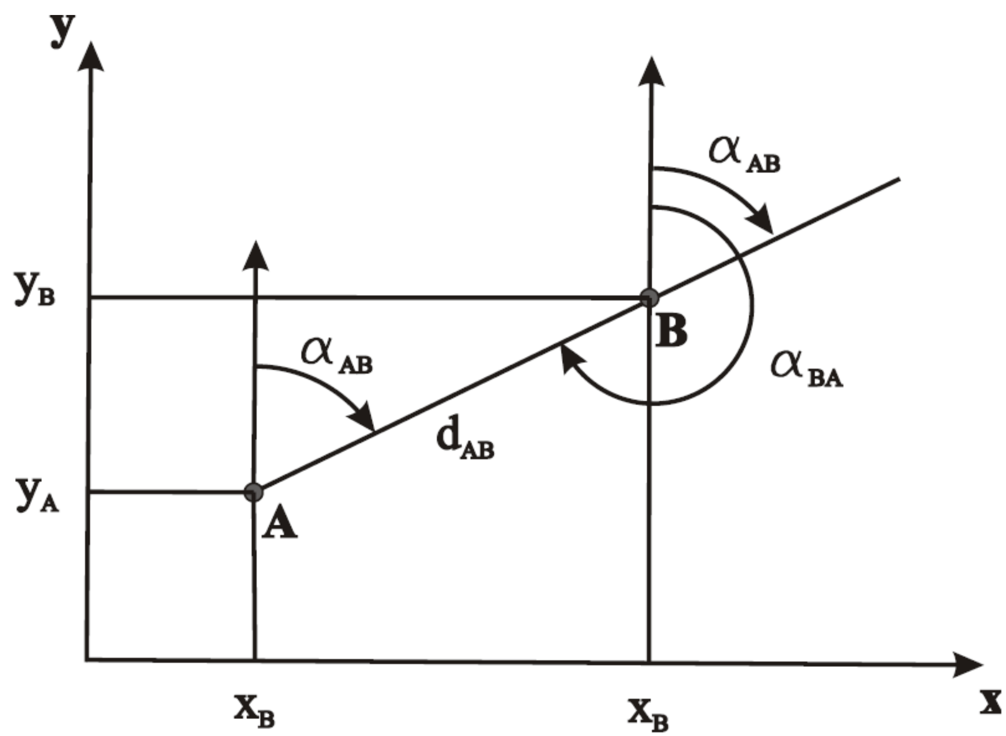


Angolo di direzione di un segmento - 1

Definiamo in modo rigoroso l'angolo di direzione α_{AB}.

Consideriamo una semiretta r avente origine in A e parallela al semiasse positivo delle ordinate.

Si definisce ***angolo di direzione*** α_{AB} del segmento $\overline{AB}$, l'angolo orario che la semiretta r deve descrivere per andarsi a sovrapporre al segmento $\overline{AB}$.

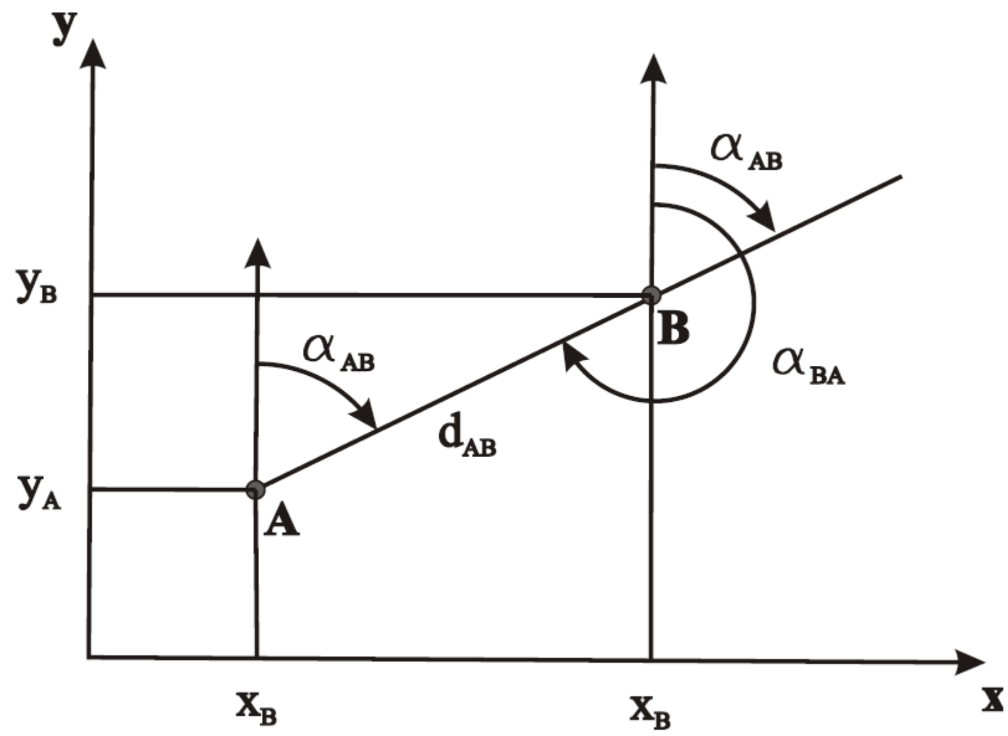


Analogamente si definisce ***angolo di direzione*** α_{BA} del segmento $\overline{BA}$, l'angolo orario che una semiretta r, avente origine in B e parallela all'asse y, deve descrivere per andarsi a sovrapporre al segmento $\overline{BA}$.

Angolo di direzione di un segmento - 2

Gli angoli di direzione α_{AB} e α_{BA} sono diversi tra loro e sono legati dalla relazione:

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 200$$

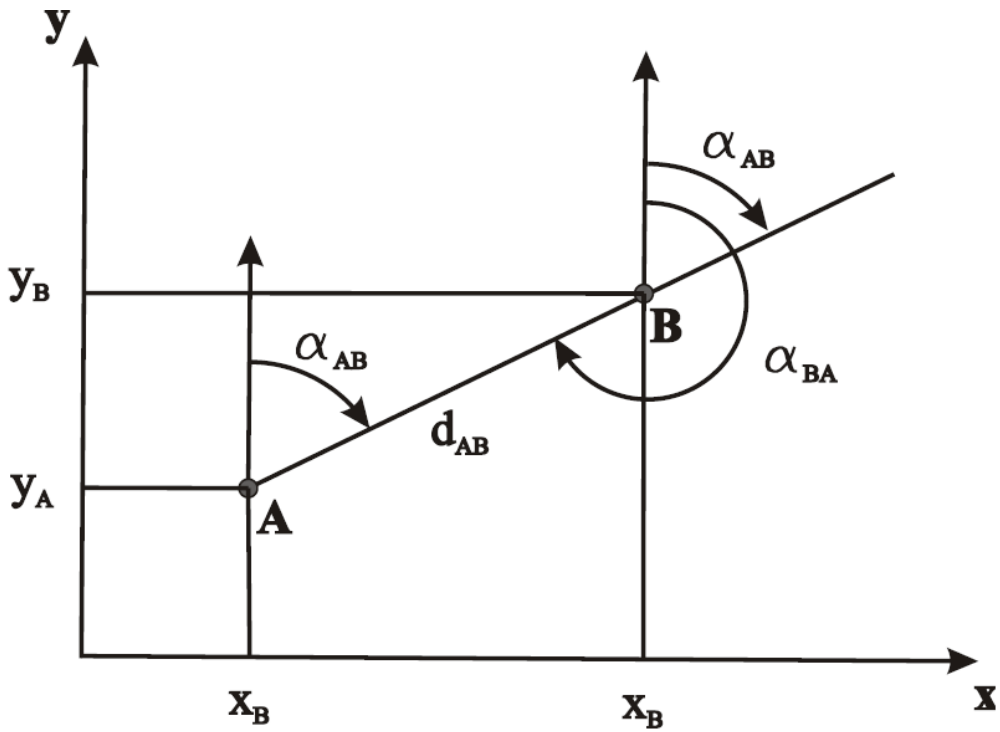


Angolo di direzione di un segmento - 3

Esiste una seconda definizione di angolo di direzione.

L'angolo di direzione α_{AB} del segmento $\overline{AB}$ può essere definito come l'anomalia del punto B in un sistema di riferimento ausiliario parallelo a quello dato, ma avente origine in A.

L'angolo di direzione α_{BA} del segmento $\overline{BA}$ è l'anomalia del punto A in un sistema di riferimento ausiliario parallelo a quello dato, ma avente origine in B.



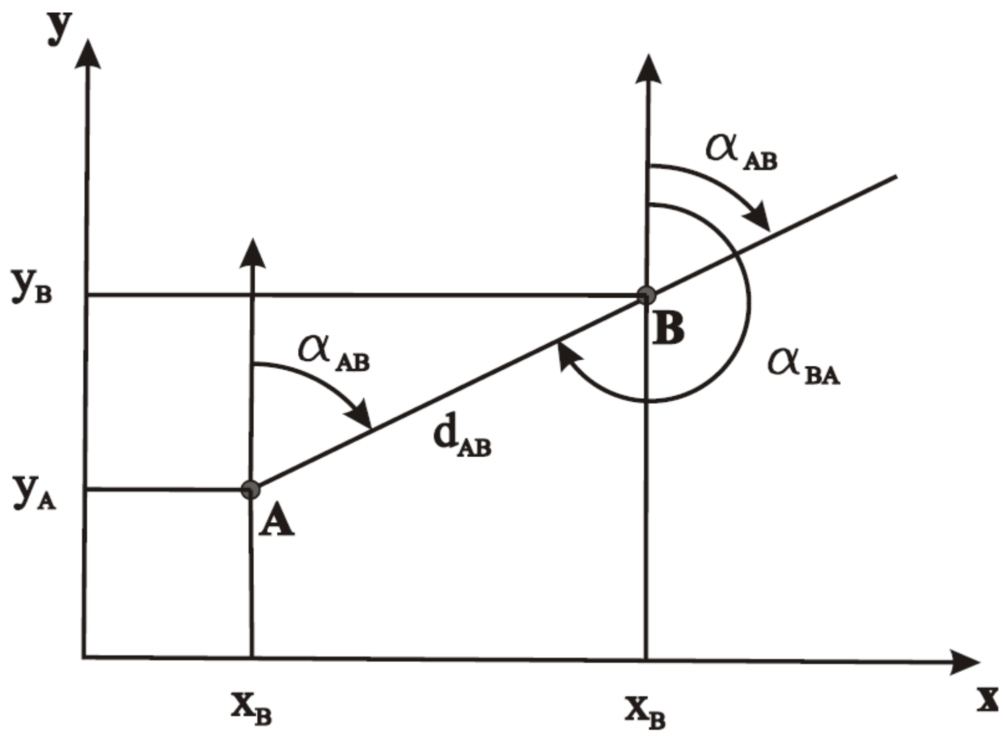
Conversioni da polari a cartesiane (e viceversa)

- ***Da polari a cartesiane***: note le cartesiane di A e le polari del segmento, trovare le cartesiane di B; similmente, note le cartesiane di B e le polari del segmento, trovare le cartesiane di A
- ***Da cartesiane a polari***: note le cartesiane di A e B, trovare le polari del segmento

Da polari a cartesiane

Note le coordinante cartesiane di A e le polari del segmento, trovare le cartesiane di B:

$$x_B = x_A + d_{AB}\,\mathrm{sen}\,\alpha_{AB}$$
$$y_B = y_A + d_{AB}\cos\alpha_{AB}$$



Da cartesiane a polari

Note le coordinate cartesiane di A e B, trovare le polari del segmento $\overline{AB}$:

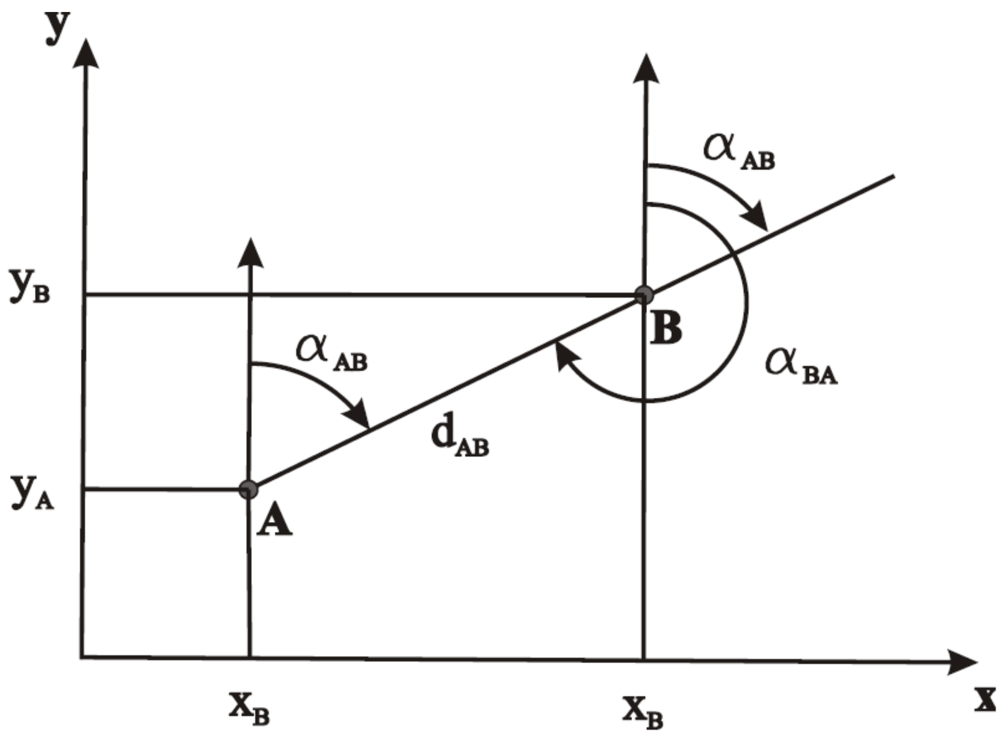
$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Ponendo:

$$\alpha' = \arctan\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$$

Si ha:

$$\alpha = \alpha(\overrightarrow{x_A}, \overrightarrow{y_B}) = \begin{cases} \alpha' & \Delta x > 0 \quad \Delta y \geq 0 \\ 100 & \Delta x > 0 \quad \Delta y = 0 \\ \alpha' + 200 & \Delta y < 0 \\ 300 & \Delta x < 0 \quad \Delta y = 0 \\ \alpha' + 400 & \Delta x < 0 \quad \Delta y > 0 \end{cases}$$



Esercizi - da polari a cartesiane

Da polari a cartesiane

X1 [m]	Y1 [m]	d [m]	alfa [GRAD]	X2 [m]	Y2 [m]
55.338	99.631	154.555	221.9100	3.190	-45.861
21.063	46.567	125.586	137.7507	125.208	-23.616
91.775	43.788	187.699	11.3147	124.960	228.530
35.733	24.964	74.562	51.9099	90.014	76.082
27.470	43.860	164.376	335.6749	-111.765	131.227
44.589	23.708	163.077	21.6964	99.097	177.406
56.485	60.434	138.661	24.6005	108.743	188.871
28.134	80.914	85.787	85.3568	111.662	100.473

Esercizi - da cartesiane a polari

Da cartesiane a polari

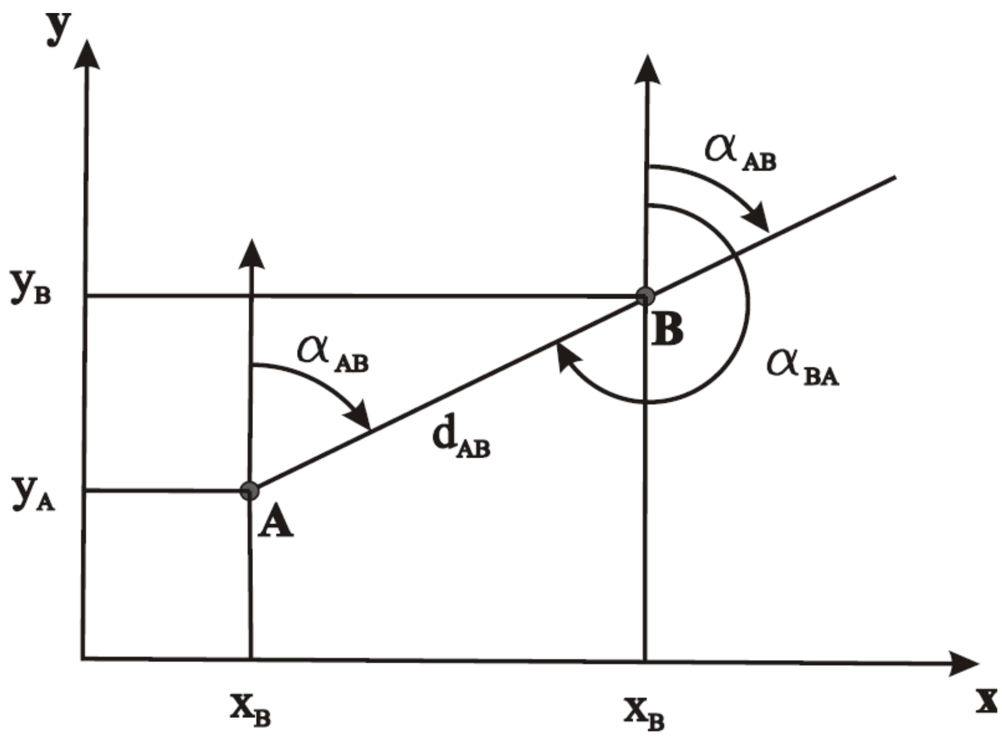
X1 [m]	Y1 [m]	X2 [m]	Y2 [m]	d [m]	alfa [GRAD]
82.414	91.238	-5.824	30.126	107.334	261.4381
47.007	83.917	24.613	-14.730	101.157	214.2111
68.629	78.747	-92.212	113.172	164.484	313.4231
79.300	24.107	103.532	-32.361	61.448	174.1939
28.385	25.831	-36.638	10.603	66.782	285.3547
30.231	27.082	-83.223	-76.325	153.508	252.9473
63.963	83.868	203.970	48.174	144.485	115.8917
58.818	95.441	184.876	139.859	133.655	78.4328

Complemento

Se conosciamo $\overrightarrow{x_B}$, d_{AB} e α_{AB}, come si può calcolare $\overrightarrow{x_A}$?

Prima via:

$$x_A = x_B - d_{AB}\,\mathrm{sen}\,\alpha_{AB}$$
$$y_A = y_B - d_{AB}\cos\alpha_{AB}$$



Seconda via:

$$x_A = x_B + d_{BA}\,\mathrm{sen}\,\alpha_{BA}$$
$$y_A = y_B + d_{BA}\cos\alpha_{BA}$$

Ricordando che:

$$d_{AB} = d_{BA}$$
$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 200$$

Normalizzazione degli angoli

Per ragioni sostanzialmente estetiche, si preferisce che gli angoli di direzione α, e gli angoli orizzontali in genere, soddisfino la condizione di normalizzazione:

$$0 \leq \alpha < 400$$

Non vi è una motivazione sostanziale, in quanto tutti gli angoli

$$\alpha + 400n \qquad n \in \mathbb{Z}$$

sono equivalenti, tuttavia è bene usare angoli normalizzati.

Durante lo svolgimento dei calcoli avviene spesso che, pur partendo da angoli normalizzati, i risultati non lo siano: è necessario pertanto normalizzare gli angoli. L'idea per la normalizzazione è che, se $\alpha > 400$ si deve sottrarre iterativamente 400 fino a quando la condizione di normalizzazione è soddisfatta.

Se viceversa α è negativo, si dovrà aggiungere iterativamente 400 fino a renderlo positivo.

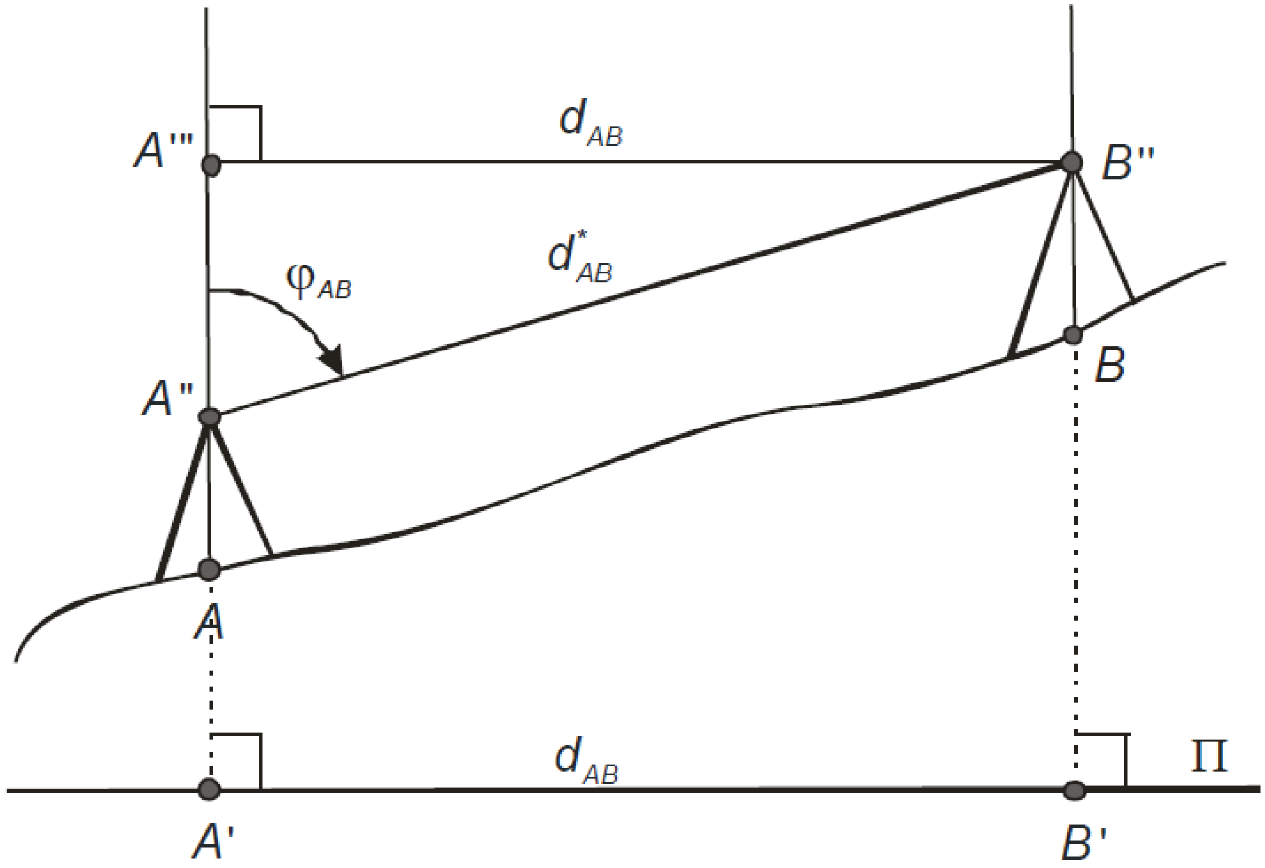
3 - Distanza topografica

Distanza topografica - 1

Ho due punti A e B:

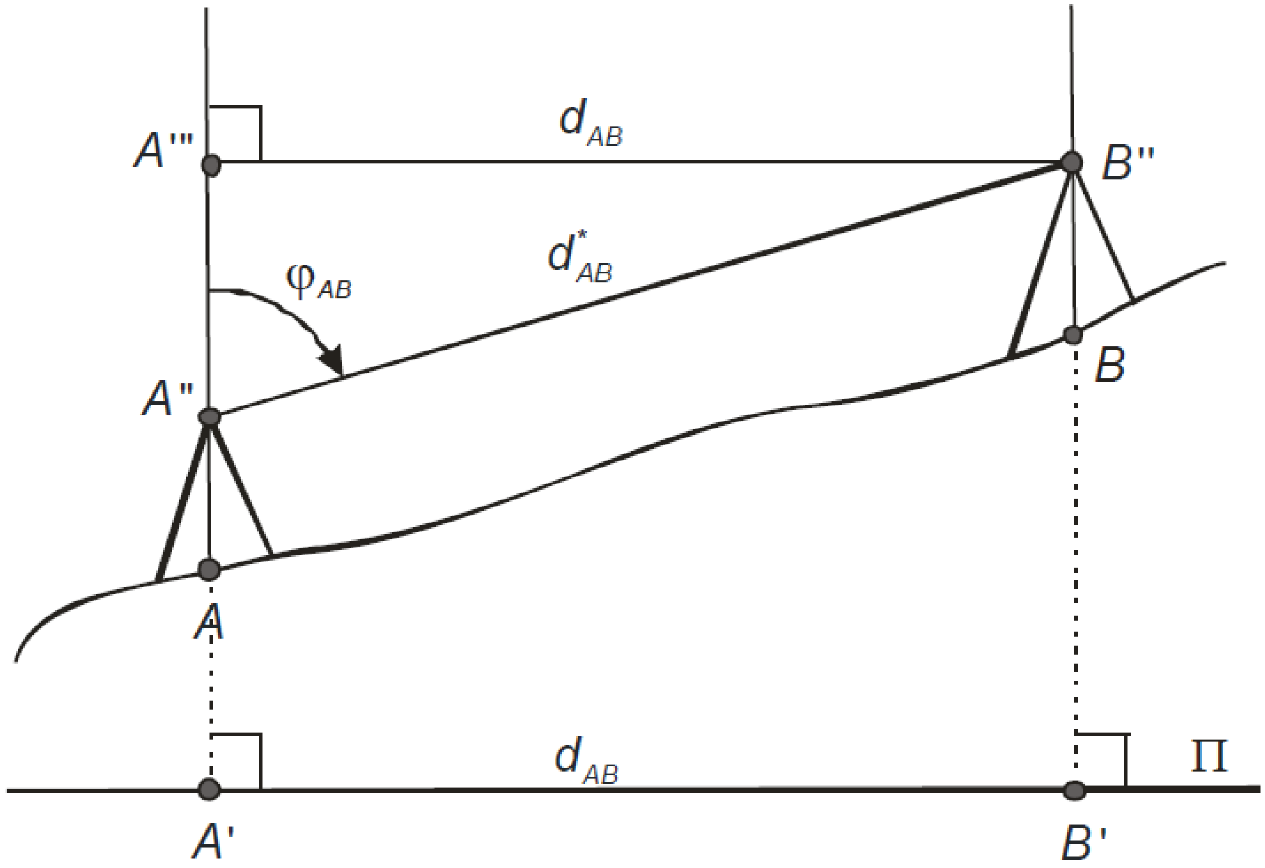
- su A si trova una TS
- su B ho un prisma

Lo strumento consente di misurare la ***distanza inclinata*** d^*_{AB} fra i centri dei due dispositivi A" e B".



Distanza topografica - 2

La distanza topografica, o distanza orizzontale, d_{AB}, è la distanza che separa A' e B', cioè le proiezioni di A e B sul piano di riferimento.



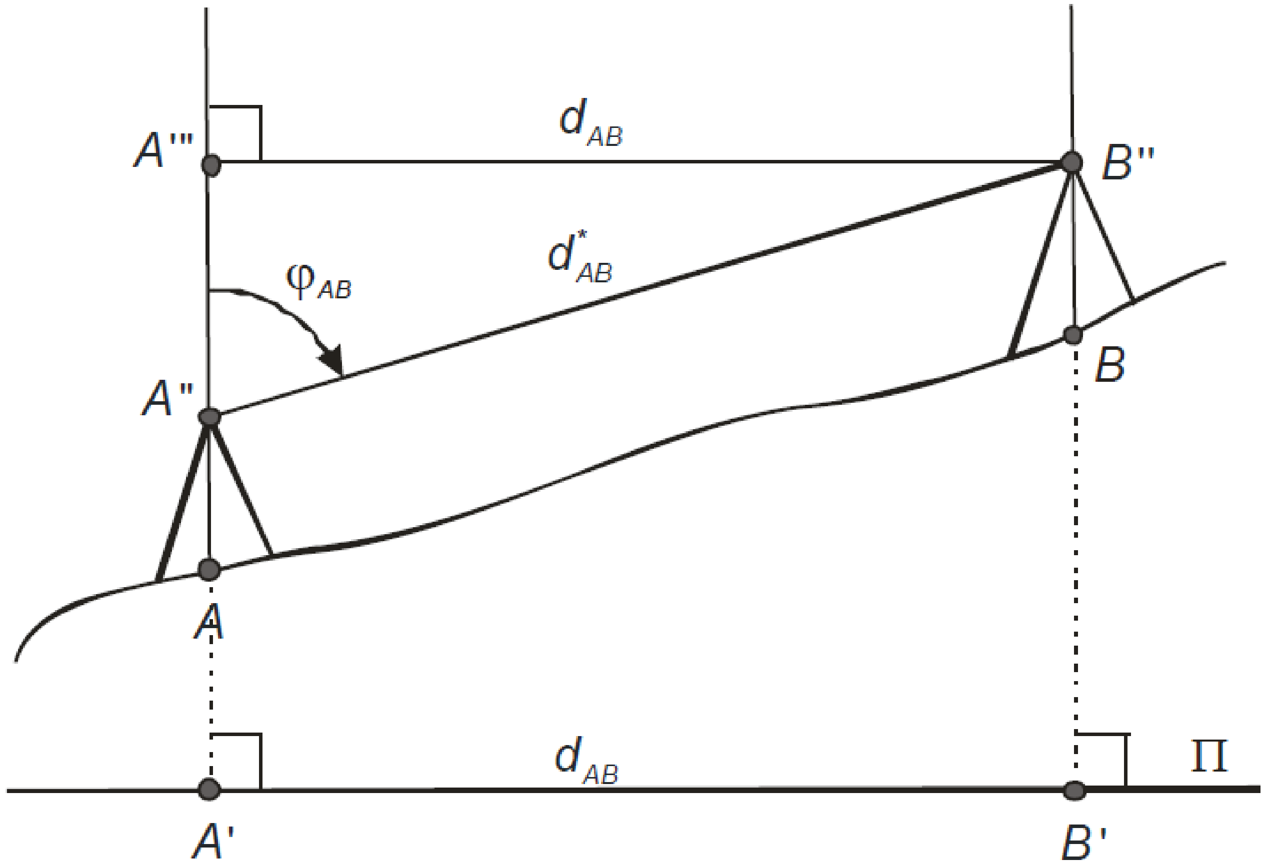
Distanza topografica - 3

Dal disegno:

$$d_{AB} = d^*_{AB} \sin \varphi_{AB}$$

Condizione necessaria:

- A, A' e A" si devono trovare sulla stessa retta ortogonale al piano di riferimento
- lo stesso vale anche per B, B' e B".



Tale condizione è rispettata se vi è una della ***corretta messa in stazione***.

Esercizi

Calcolare la distanza topografica

fi [grad]	d* [m]	d [m]
77.6025	79.935	75.039
117.9703	98.390	94.496
115.5098	73.615	71.441
66.2612	83.411	71.969
61.8998	68.952	56.968