

Marica Franzini

Laboratorio di Geomatica - DICAr

Università di Pavia

email: marica.franzini@unipv.it

Unità di misura angolari e loro conversioni

Introduzione

Esistono quattro unità di misura principali per gli angoli:

- radianti
- sessadecimali
- centesimali
- sessagesimali

Le prime tre sono unità di misura decimali al contrario della quarta.

Verranno esposti:

- le principali proprietà
- i metodi di conversione

Nomi anglosassoni

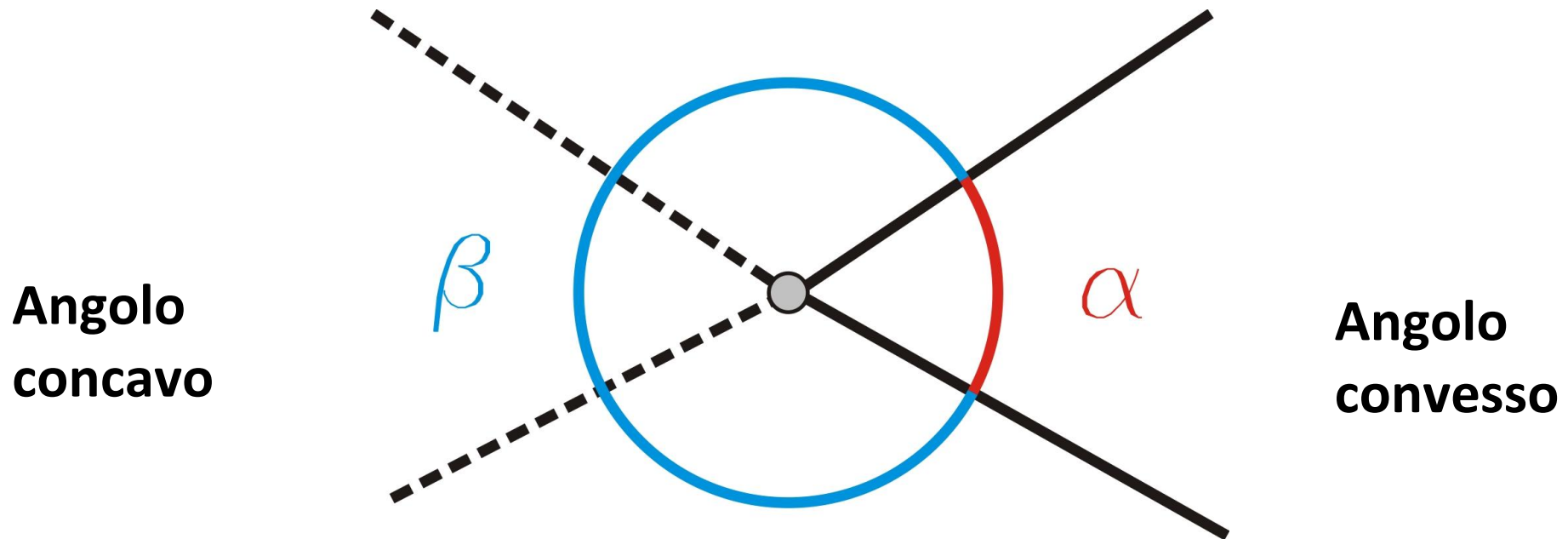
Nella letteratura anglosassone alle unità angolari sono associati degli acronimi:

- radianti: RAD (Radiants)
- sessadecimali: DEG (Degrees)
- centesimali: GRAD (Gradians) o anche GONS
- sessagesimali: DMS (Degrees, Minutes, Seconds)

La conoscenza di tali acronimi può essere utile perché spesso anche la manualistica in italiano, le calcolatrici tascabili e i software di gestione degli strumenti topografici li adottano.

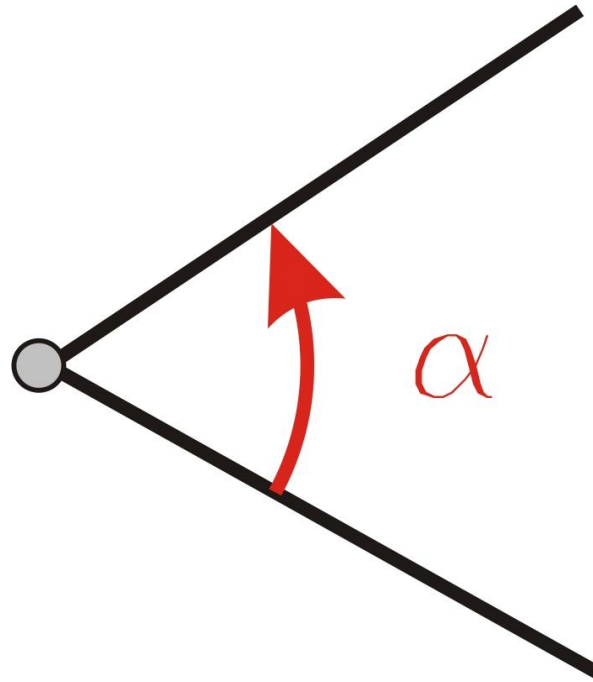
Definizione statica di angolo

Un angolo è ciascuna delle due parti di un piano delimitata da due semirette, dette lati, aventi in comune le loro origini, che formano il vertice dell'angolo. Si dice concavo se contiene i prolungamenti dei lati, convesso se non li contiene. Gli angoli vengono indicati di solito con le lettere greche minuscole.



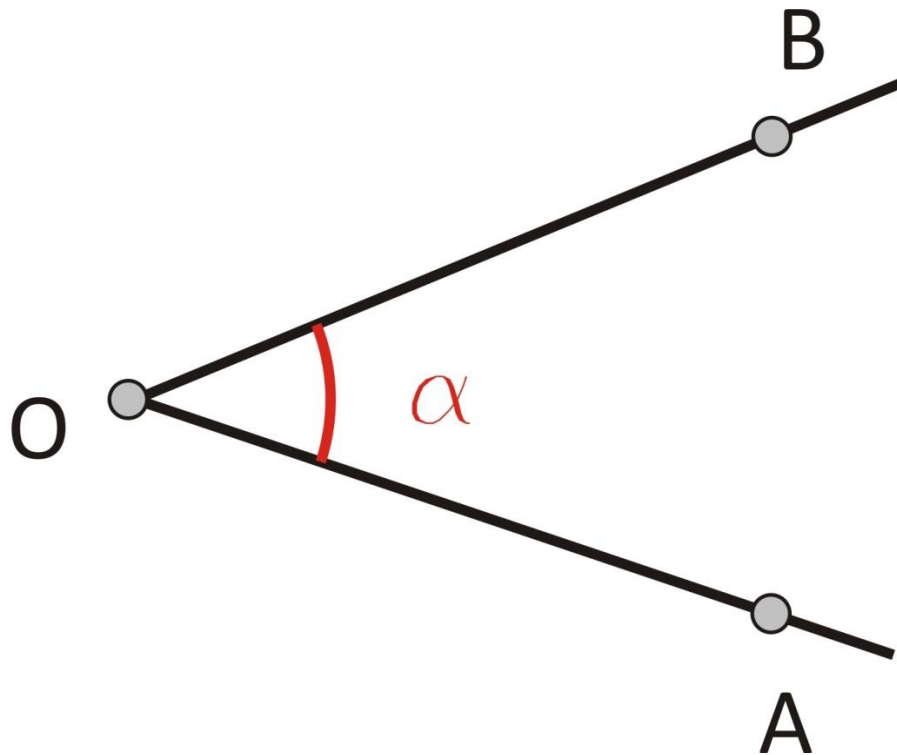
Definizione cinematica di angolo

L'angolo può essere anche descritto in termini cinematici come la superficie coperta da una semiretta durante una rotazione attorno al suo estremo.



Angoli non orientati

Facciamo riferimento alla definizione cinematica di angolo e consideriamo l'angolo α formato dalle due semirette \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .



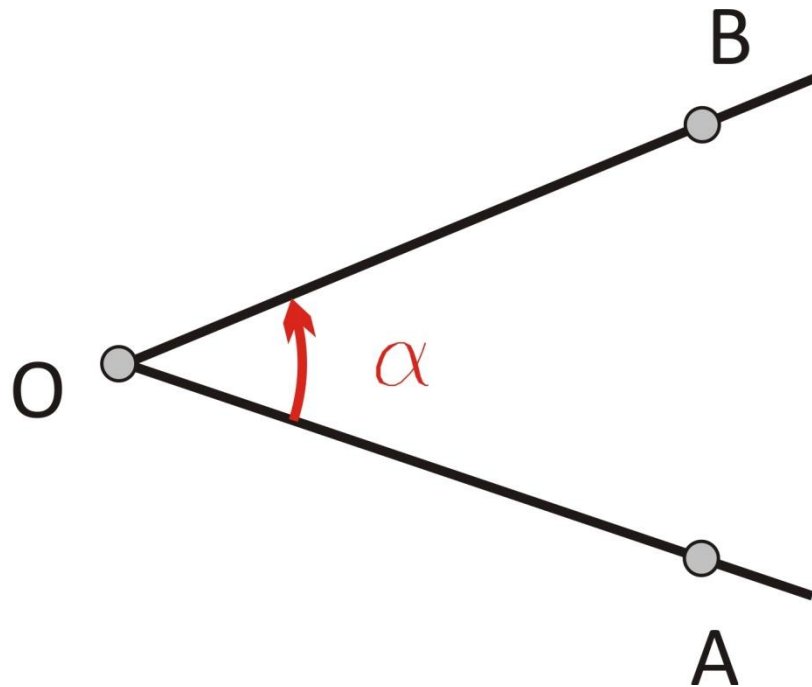
Si può pensare indifferentemente che l'angolo α sia:

- quello generato da \overrightarrow{OB} (inizialmente coincidente con \overrightarrow{OA}) ruotando in senso antiorario
- quello generato da \overrightarrow{OA} (inizialmente coincidente con \overrightarrow{OB}) ruotando in senso orario

Per questo si usa dire che quelli definiti finora sono **angoli non orientati**. Un angolo non orientato ha sempre una misura positiva.

Angoli orientati - 1

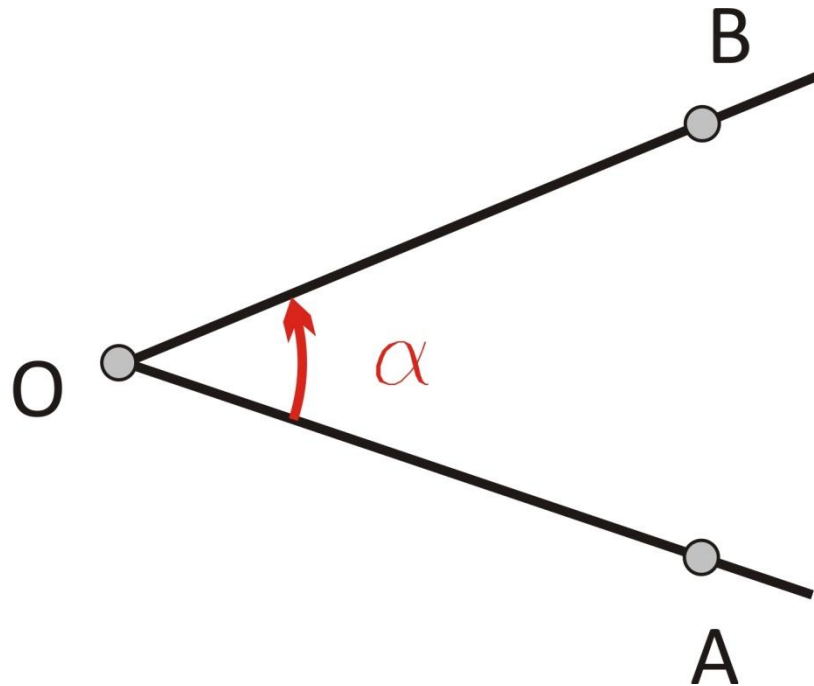
La definizione cinematica è alla base della definizione di **angoli orientati**.



Per considerare gli angoli orientati è necessario:

- fissare una semiretta origine - \overrightarrow{OA} nel nostro caso
- fissare convenzionalmente il verso di rotazione corrispondente agli angoli positivi (nelle dispense è adottato il verso antiorario, che costituisce la scelta maggiormente diffusa)

Angoli orientati - 2



Si dice che l'angolo α formato da \overrightarrow{OB} è positivo se la semiretta è ruotata in senso antiorario rispetto alla semiretta d'origine \overrightarrow{OA} .

E' negativo nel caso contrario.

Gli angoli orientati sono utilizzati in Topografia.

Vedremo successivamente la convenzione utilizzata dai topografi.

Ampiezza di un angolo

Ogni angolo ha una ampiezza, quantità descritta in gradi, che possono essere misurati con le diverse unità prima elencate.

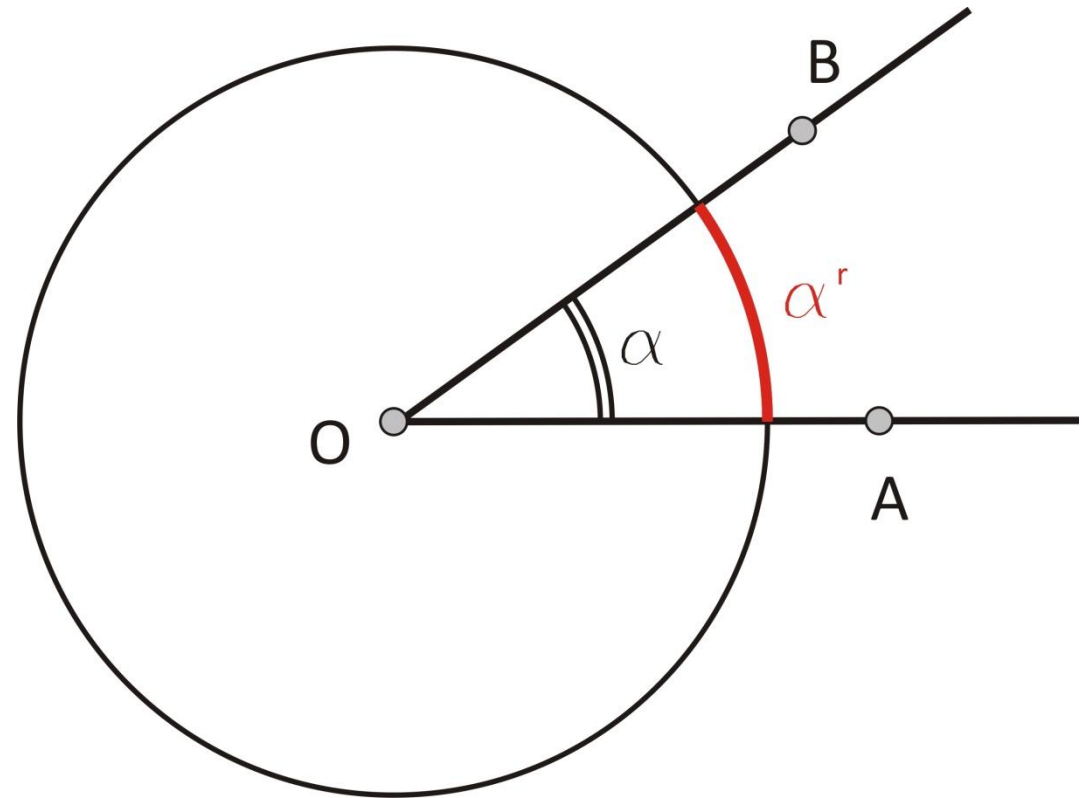
Due angoli aventi la stessa ampiezza sono *congruenti*.

Radiani - 1

Si tratta di una unità di misura decimale basata sulla lunghezza dell'arco di circonferenza unitaria circoscritta all'angolo.

Data l'angolo α , formato dalle semirette \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , la sua misura in radianti, α^r , è pari alla lunghezza dell'arco di circonferenza unitaria circoscritta all'angolo.

Poiché la circonferenza è unitaria si ha che è lunga 2π , ricordando che $\pi = 3.14159265358979 \dots$



Radiani - 2

Quindi:

- angolo giro: $\alpha^r = 2\pi = 6.28318530717959 \dots$
- angolo piatto: $\alpha^r = \pi = 3.14159265358979 \dots$
- angolo retto: $\alpha^r = \pi/2 = 1.57079632679490 \dots$

I radianti sono gli unici tipi di angoli riconosciuti da tutti i sistemi di calcolo.

In genere, i linguaggi di programmazione (come anche Excel) gestiscono solo questo tipo unità e, dovendo elaborare dati espressi in altre unità, è necessario convertirli.

Le altre unità di misura angolari decimali possono essere viste come riscalamenti dei radianti: misurano la stessa grandezza, nello stesso modo, ma con una differente unità di misura.

Angoli sessadecimali

Si tratta della versione decimale dei sessagesimali (definiti in seguito).

In questo caso:

- angolo giro: $\alpha^d = 360^d$
- angolo piatto: $\alpha^d = 180^d$
- angolo retto: $\alpha^d = 90^d$

Le frazioni di angoli sono espresse in decimali, indicate con un numero dopo la virgola; ad esempio: $26^d.763973$.

Gli angoli sessadecimali erano usati negli strumenti topografici, ma oggi sono stati quasi completamente sostituiti dai centesimali. Alcuni software topografici utilizzano ancora questa unità per esprimere la posizione geografica dei vertici.

Angoli centesimali

Per gli angoli centesimali:

- angolo giro: $\alpha^g = 400^g$
- angolo piatto: $\alpha^g = 200^g$
- angolo retto: $\alpha^g = 100^g$

Attualmente la grande maggioranza degli strumenti topografici usa angoli centesimali.

Angoli sessagesimali

Per gli angoli sessagesimali:

- angolo giro: $\alpha^{dms} = 360^\circ$
- angolo piatto: $\alpha^{dms} = 180^\circ$
- angolo retto: $\alpha^{dms} = 90^\circ$

Le frazioni non sono decimali, ma sono costituite dai primi e dai secondi:

- un grado è costituito da 60 primi
- un primo consta di 60 secondi; di conseguenza un grado corrisponde a 3600 secondi
- le frazioni di secondo sono decimali.

Un angolo sessagesimale si indica ad esempio come $45^\circ 27' 19''.89983$.

Usati per esprimere le coordinate geografiche di un punto, cioè latitudine e longitudine.

In sintesi

Unità	Angolo retto	Angolo giro	Esempio	Decimale
radianti	$\pi/2$	2π	0.78877140487	si
sessadecimali	90	360	45.1932725	si
centesimali	100	400	50.2147472	si
sessagesimali	90	360	45°11'35".781	no

Sottomultipli

Abbiamo visto all'inizio della lezione i nomi delle unità di misura angolari nella letteratura italiana ed anglosassone; esistono anche altre unità, sottomultiple di quelle considerate.

- **Milligon:** la millesima parte dell'angolo centesimale, indicati dalla sigla MGON; per convertire a gons, dividere per 1000
- **Archi di primo**, ARCMIN, pari a un primo sessagesimale; per convertire a gradi dividere per 60
- **Archi di secondo**, ARCSEC, pari a un secondo sessagesimale; per convertire a gradi dividere per 3600
- **Millesimi di archi di secondo**, MAS, pari a un millesimo di secondo sessagesimale; per convertire a gradi dividere per 3600000

Conversione fra formati angolari decimali

Le conversioni fra i formati decimali sono agevoli e comportano il calcolo di semplici proporzioni.

Le relazioni fra la misura sessadecimale α^d , centesimale α^g , e in radianti α^r , di uno stesso angolo sono data da:

$$\frac{\alpha^d}{180} = \frac{\alpha^g}{200} = \frac{\alpha^r}{\pi}$$

Se ad esempio si ha:

$$\begin{aligned}\alpha^d &= 167.775921 \\ \alpha^r &= \alpha^d \frac{\pi}{180} = 2.92824223\end{aligned}$$

Più complesso è il caso della conversione fra uno qualunque dei formati decimali e il formato sessagesimale. Si esegue in due passi: dal formato iniziale a DEG e da DEG a DMS.

Esercizi

La tabella seguente indica le misure di alcuni angoli in tutte le unità considerate. Essa offre la possibilità di esercitarsi nella varie conversioni.

Suggerimenti

- usare in input tutte le cifre decimali indicate: i risultati devono coincidere almeno fino alla penultima cifra decimale
- per il valore di π usare quello fornito dalla calcolatrice, senza troncamenti

DMS	DEG	GRAD	RAD
285°11'40".70	285.194638	316.882932	4.97758545
345°25'2".19	345.417274	383.796971	6.02866872
236°3'59".95	236.066652	262.296280	4.12014033
12°51'22".33	12.856204	14.284671	0.22438309
305°41'11".58	305.686550	339.651722	5.33523678