



Marica Franzini

Laboratorio di Geomatica - DICAr

Università di Pavia

email: marica.franzini@unipv.it

Sistemi di riferimento e coordinate

Introduzione - 1

Abbiamo già introdotto nella scorsa lezione il concetto di sistema di riferimento e di coordinate di un punto (in particolare abbiamo introdotto le coordinate geografiche).

Specifichiamo ora alcuni aspetti che devono essere tenuti in considerazione nella successivi lezioni ed esercitazioni.

Sistema di riferimento e sistema di coordinate sono sinonimi? NO!
Essi corrispondono a concetti diversi.

Introduzione - 2

Nell'ambito dello **stesso sistema di riferimento geodetico** (datum), noto un certo tipo di coordinate per un punto (cartesiane ellissocentriche, geografiche ellissoidiche, cartografiche), sono note anche le altre.

Questo avviene perché sono note le formule matematiche che permettono di calcolare le une dalle altre.

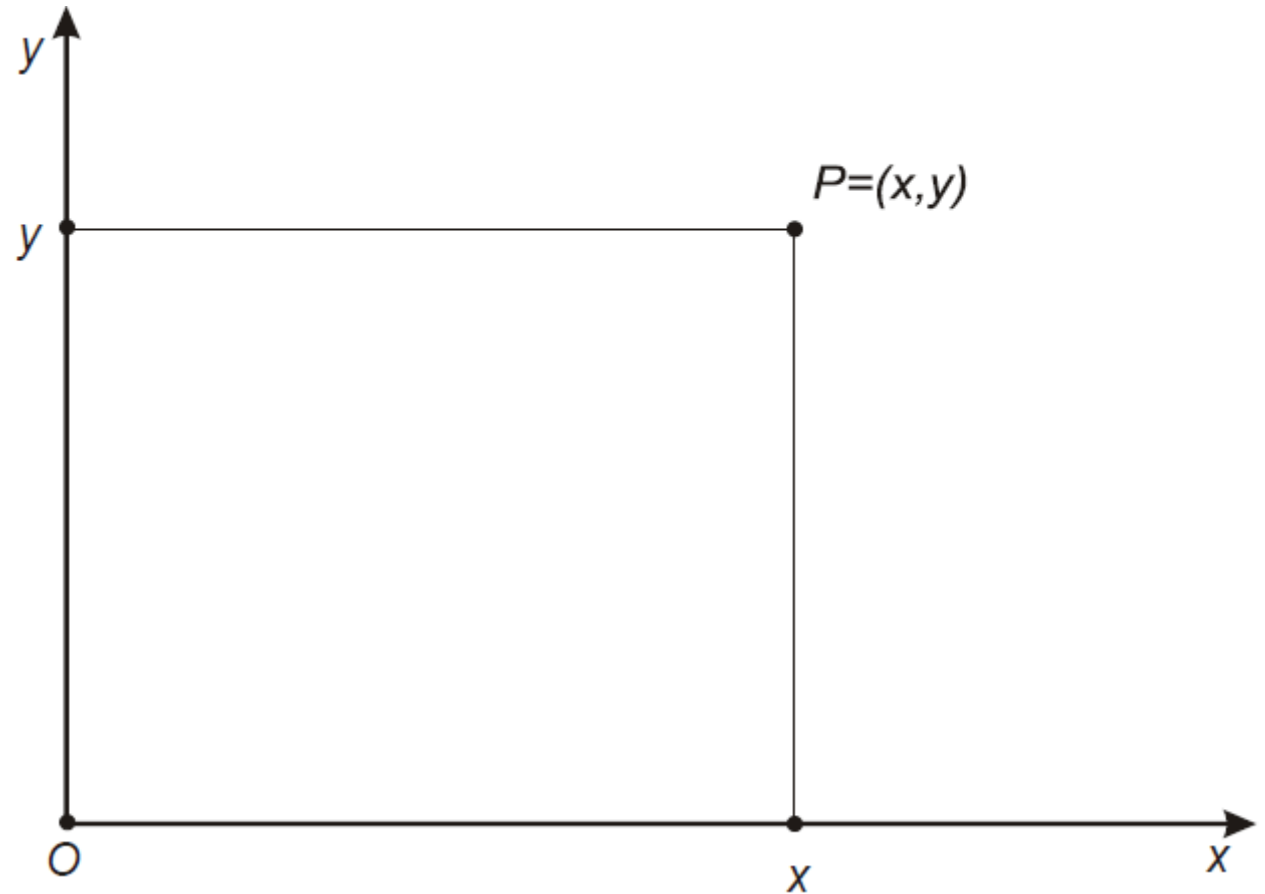
Se si considerano **due sistemi di riferimento geodetici distinti**, ad esempio quello GPS e quello italiano, e si hanno le coordinate di un punto riferite ad un SR (Sistema di Riferimento), non sono note a priori le relazioni matematiche per trovare le coordinate dello stesso punto nell'altro SR. Servono ulteriori informazioni.

1 - Trasformazione tra sistemi di coordinate

Stabilire un SR nel piano

Si fissa una origine, si disegnano due assi e si fissa l'unità di misura delle lunghezze.

Usando riga e squadra si possono determinare le coordinate di un punto qualunque.



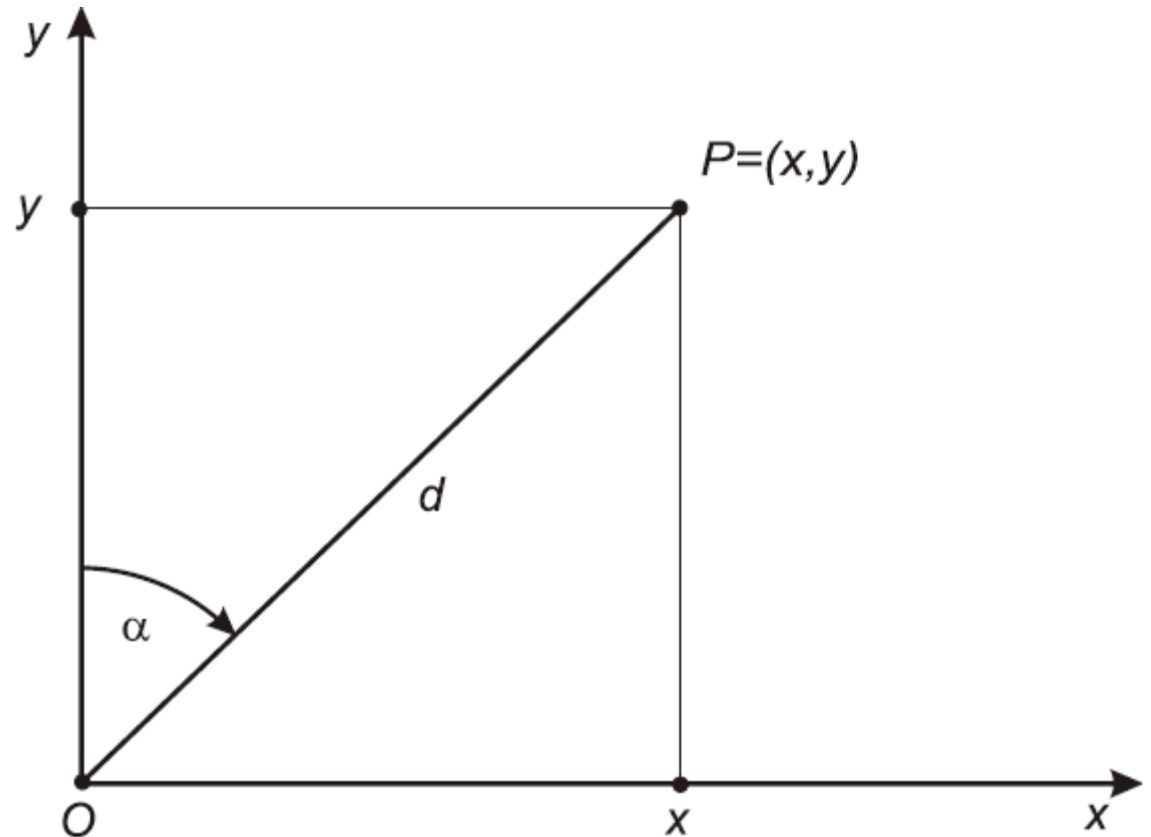
Sistemi di coordinate (SC) nel piano

Una volta stabilito un SR nel piano, è possibile prendere in considerazione diversi Sistemi di Coordinate (SC), ad esempio coordinate cartesiane e coordinate polari.

Se si conoscono le cartesiane (x, y) di un punto P allora si conoscono anche le polari (d, α) .

Se si conoscono le polari cartesiane (d, α) di un punto P allora si conoscono anche le cartesiane (x, y) .

Sono note le formule per la conversione.



Esempio

La trasformazione da un sistema di coordinate all'altro, fermo restando il datum, è fornita da semplici formule matematiche.

Ad esempio:

- da polari a cartesiane

$$\begin{cases} x_P = r \cdot \cos \theta \\ y_P = r \cdot \sin \theta \end{cases}$$

- da cartesiane a polari

$$\begin{cases} r = \sqrt{x_P^2 + y_P^2} \\ \theta = \arctan \frac{y_P}{x_P}^* \end{cases}$$

Considerazioni analoghe possono essere estese nello spazio tridimensionale.

* - formula semplificata

Sistemi di coordinate geodetiche

Fissato un sistema di riferimento geodetico (datum), si usano prevalentemente 4 tipi di coordinate:

- cartesiane ellissocentriche
- geografiche ellissoidiche
- cartografiche
- cartesiane localmente tangenti (non le tratteremo)

Anche in questo caso è vero che, nello stesso datum la conversione da un sistema di coordinate a un altro è una pura questione matematica.

2 - Trasformazione tra sistemi di riferimento

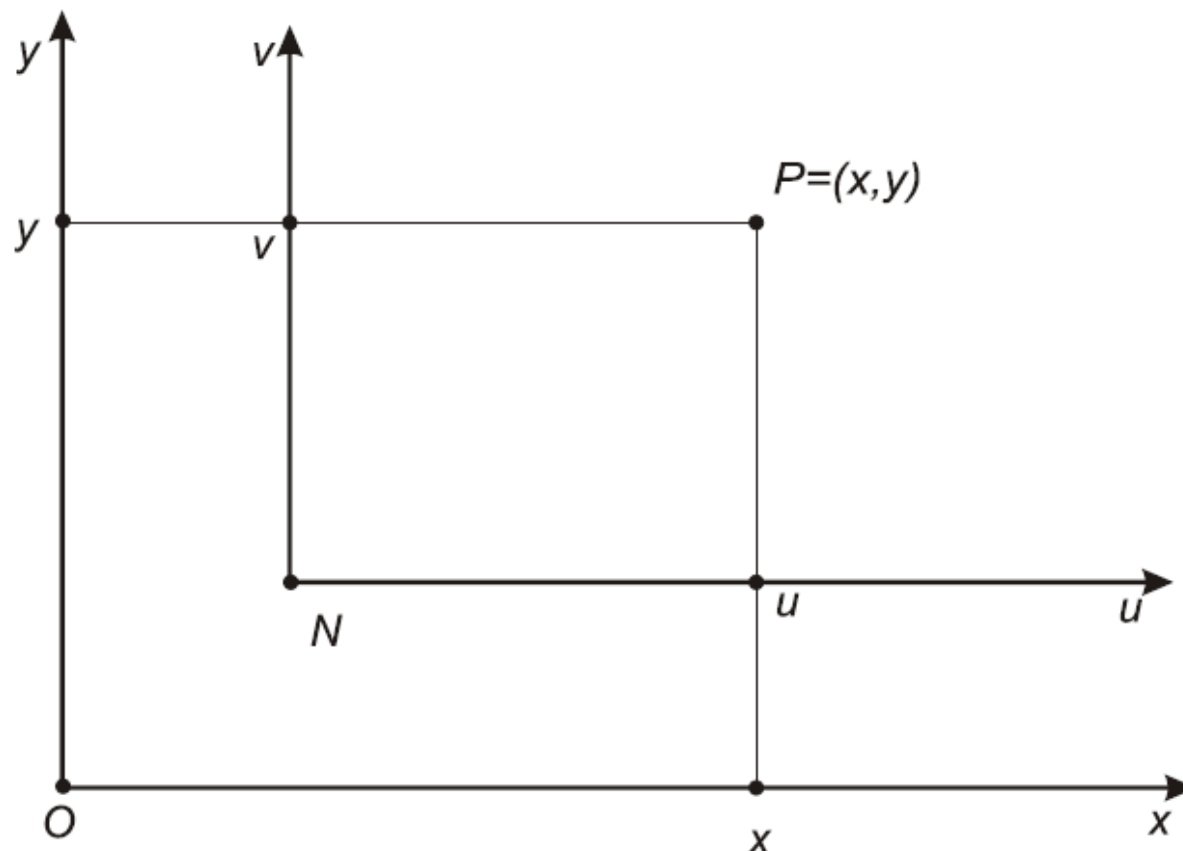
Rapporti tra SR diversi nel piano - 1

Supponiamo che nel piano vengano definiti due SR, (O,x,y) e (N,u,v) .

Date le coordinate (x, y) di P
posso trovare le (u, v) ?

Posso fare il viceversa?

Se i due SR sono stati definiti
indipendentemente, cioè non
si conosce il rapporto che li
lega, la risposta è no.

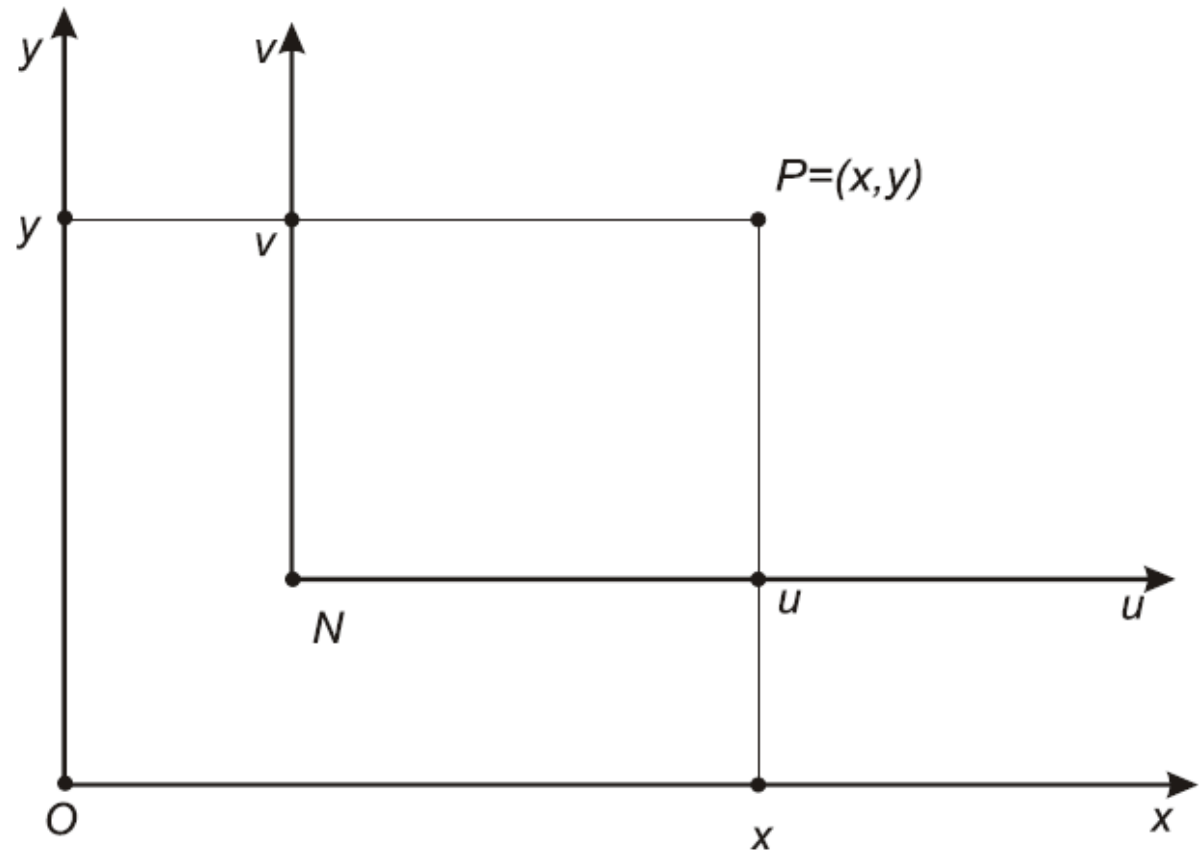


Si conoscono le formule matematiche che descrivono le famiglie di
trasformazioni (traslazione, rotazione), ma non i parametri da usare.

Rapporti tra SR diversi nel piano - 2

Per convertire fra due SR indipendenti, è necessario determinare i parametri che descrivono le relazione fra i due SR.

Non si tratta di una questione puramente matematica ma è necessario effettuare misure.



3 - Materializzazione

Materializzazione esplicita ed implicita dei SR - 1

Materializzazione esplicita: esistono gli assi e posso fare riferimento ad essi (come nel caso di un sistema disegnato su un foglio di carta).

Ma immaginiamo di dover stabilire un SR su un giardino, per rilevare particolari della aiuole. Ipotizziamo che sia perfettamente piano. Possiamo disegnare gli assi? Sul territorio è ben difficile dare una materializzazione esplicita dei SR.

Materializzazione implicita: un SR è materializzato da un numero adeguato di punti a cui sono state assegnate coordinate in modo coerente

Materializzazione esplicita ed implicita dei SR - 2

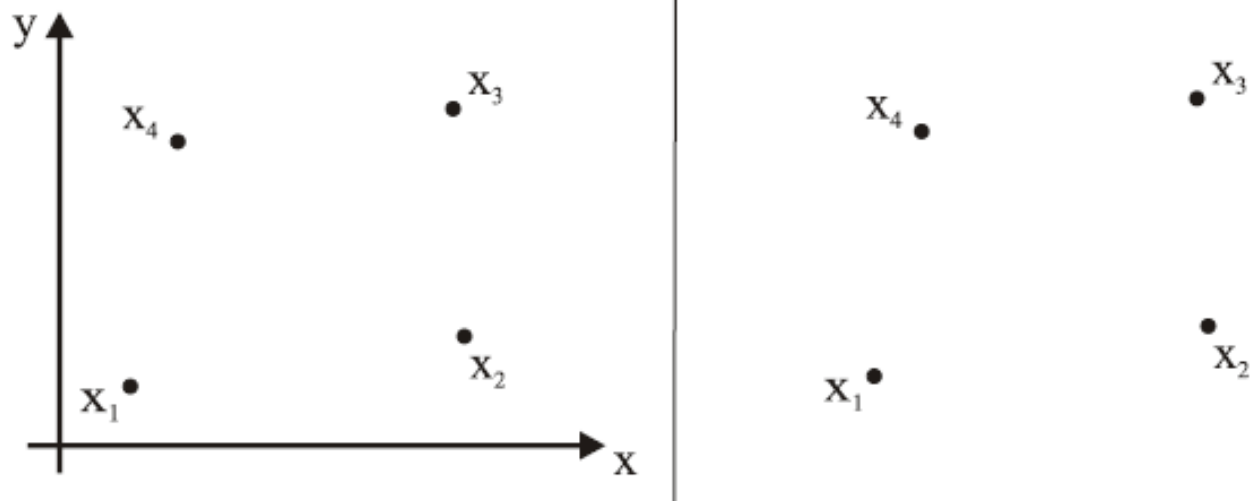
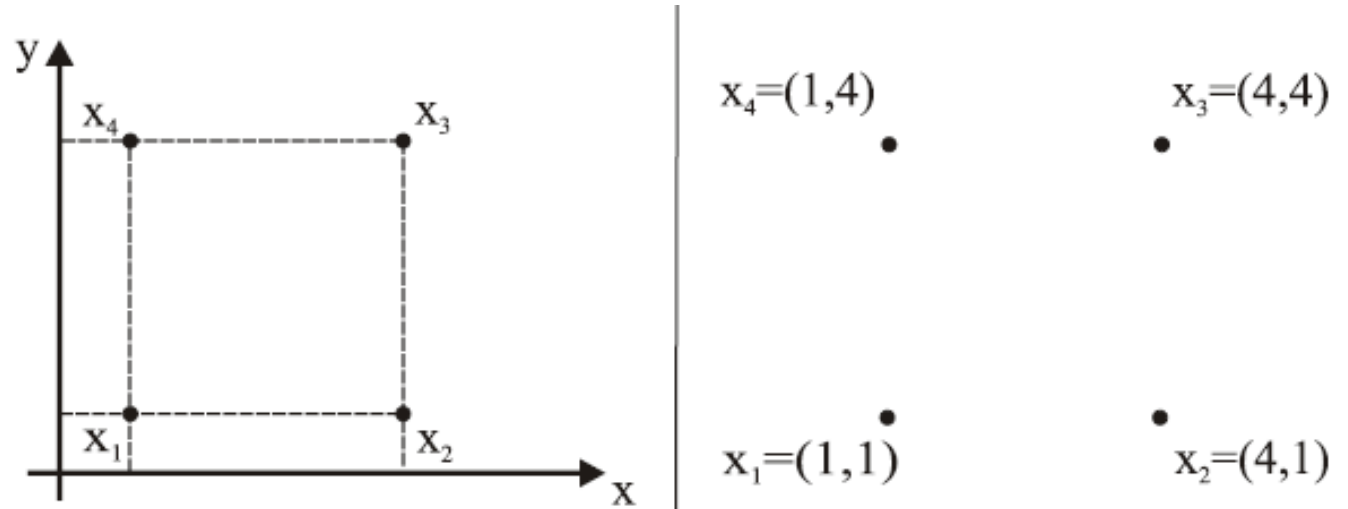
Se ci sono gli assi, si possono determinare le coordinate dei punti indicati.

Se si cancellano gli assi e si mantengono i

4 punti e le loro coordinate, questi

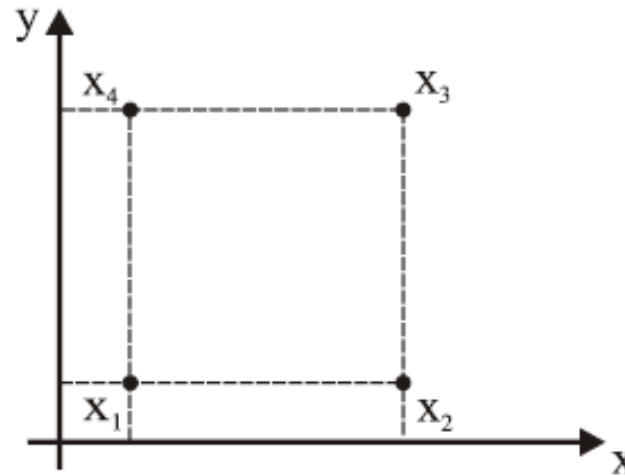
indicano implicitamente

origine del SR,
direzione degli assi e
unità di misura.



Materializzazione esplicita ed implicita dei SR - 3

Le conclusioni precedenti non dipendono dalla disposizione regolare dei punti scelti: la materializzazione implicita può essere effettuata anche con punti disposti irregolarmente.

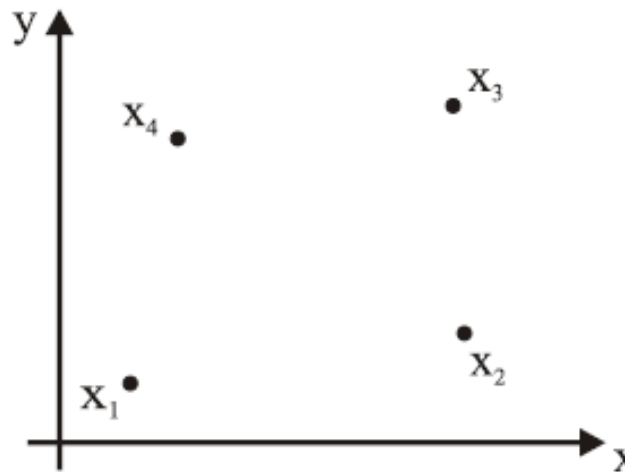


$x_4=(1,4)$

$x_3=(4,4)$

$x_1=(1,1)$

$x_2=(4,1)$



x_1

x_2

x_4

x_3

Riassumendo

Abbiamo visto brevemente come è possibile attribuire a un punto appartenente alla superficie terrestre le proprie coordinate passando attraverso il concetto di superficie di riferimento (geoide e/o ellissoide).

La posizione del punto può essere fornita attraverso diversi sistemi di coordinate e il passaggio da uno all'altro è puramente matematico. Passare invece tra diversi sistemi di riferimento necessita della conoscenza di parametri aggiuntivi.

I sistemi di riferimento terrestri sono di tipo implicito e devono essere materializzati da un insieme di punti.

Nelle prossime lezioni daremo un carattere concreto a queste affermazioni introducendo i sistemi di riferimento e di coordinate connessi alla Topografia.